

André Ross

Calcul différentiel

applications en sciences de la nature

4e édition



Table des sujets

CHAPITRE 1

RELATIONS ET FONCTIONS

1.0: FONCTIONS POLYNOMIALES	2
Mise en situation.....	3
Représentations d'une relation	4
Modélisation	5
Fonctions polynomiales.....	8
Relation réciproque et fonction inverse.....	13
1.2: EXERCICES.....	16
1.3: FONCTIONS ALGÈBRIQUES	16
Fonctions rationnelles.....	17
Fonctions comportant un radical	19
Fonctions comportant une valeur absolue.....	20
Fonctions définies par parties.....	21
Opérations sur les fonctions	22
Composition de fonctions.....	24
Vocabulaire des formes.....	25
Modélisation et géométrie analytique.....	26
1.4: EXERCICES.....	

CHAPITRE 2

TAUX DE VARIATION

2.1: VARIATION ET TAUX DE VARIATION	30
Définitions et calculs.....	36
2.2: EXERCICES.....	38
2.3: ESTIMATION DU TAUX PONCTUEL.....	38
Introduction.....	39
Interprétation graphique du taux ponctuel.....	40
Taux ponctuel, valeur limite	44
Retour sur l'apprentissage	46
Le paradigme aristotélicien, note historique	47
2.4: EXERCICES.....	49
EXERCICES DE SYNTHÈSE.....	

CHAPITRE 3

LIMITES ET CONTINUITÉ

3.1: ÉVALUATION DES LIMITES.....	52
Notion intuitive de limite.....	54
Théorèmes sur les limites	56
Évaluation de limites à l'aide des propriétés.....	57
Formes indéterminées	60
Algèbre de l'infini.....	63
3.2: EXERCICES.....	

3.3 : CONTINUITÉ	65
Types de discontinuité	65
Fonction définie par une seule expression	67
Fonction définie par parties	68
Continuité	70
Analyse globale de la continuité	70
Théorèmes sur la continuité	72
Taux de variation ponctuel et continuité	74
Continuité et valeurs intermédiaires	75
Retour sur l'apprentissage	77
Limite, continuité et infini, note historique	78
3.4 : EXERCICES	79
EXERCICE DE SYNTHÈSE	81

CHAPITRE 4

DÉRIVÉE : FONCTIONS ALGÈBRIQUES

4.1 : DÉRIVÉE, FONCTION POLYNOMIALE	84
Fonction puissance	84
Notations	89
Propriétés de l'opérateur de dérivation	91
Retour sur l'apprentissage	93
4.2 : EXERCICES	94
4.3 : PRODUITS ET QUOTIENTS	95
Théorèmes sur les produits et quotients	95
Dérivabilité et continuité	98
Retour sur l'apprentissage	102
Nouveau paradigme scientifique, note historique	103
4.4 : EXERCICES	104
EXERCICES DE SYNTHÈSE	105

CHAPITRE 5

APPLICATIONS DE LA DÉRIVÉE

5.1 : DÉRIVÉE ET TAUX DE VARIATION	108
Introduction	108
Dérivée nulle	110
Équation de la tangente	112
Équation de la normale	112
5.2 : EXERCICES	114
5.3 : APPROXIMATIONS ET DIFFÉRENTIELLE	116
Approximation affine	116
Différentielle	118
Notion de concavité	119
Esquisse du graphique de la dérivée	123
Méthode de Newton-Raphson	124
Retour sur l'apprentissage	127
Les coniques deviennent des trajectoires, note historique	129
5.4 : EXERCICES	130
EXERCICES DE SYNTHÈSE	133

CHAPITRE 6

DÉRIVÉES : EXPONENTIELLE ET LOGARITHMIQUE

6.1 : Rappels sur les fonctions	136
Mise en situation.....	136
Caractéristiques du modèle exponentiel	138
Équation exponentielle et logarithmes	138
Bases de calcul.....	139
Fonction logarithmique.....	143
Avènement des logarithmes, note historique	144
6.2 : EXERCICES.....	145
6.3 : DÉRIVÉE, FONCTIONS DE BASE e	146
Théorème du sandwich	146
Fonction exponentielle.....	147
Fonction logarithmique.....	151
6.4 : EXERCICES.....	154
EXERCICES DE SYNTHÈSE	156

CHAPITRE 7

DÉRIVÉE : FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

7.1 : RAPPEL SUR LES FONCTIONS	158
Unités de mesure des angles.....	158
Fonctions trigonométriques	159
Équations et identités trigonométriques	161
Rapports trigonométriques et triangles.....	163
Modèle sinusoïdal	165
La trigonométrie, note historique	167
7.2 : EXERCICES	168
7.3 : DÉRIVÉE DES FONCTIONS	170
Limites particulières	170
Dérivée des fonctions sinus et cosinus	172
Applications	174
Retour sur l'apprentissage	177
Applications de la trigonométrie, note historique	178
7.4 : EXERCICES.....	179

CHAPITRE 8

FONCTIONS COMPOSÉES

8.1 : DÉRIVATION EN CHAÎNE	184
Dérivée d'une fonction composée	184
Dérivation en chaîne	187
8.2 : EXERCICES.....	191
8.3 : APPLICATIONS.....	192
Approximation et différentielle	192
Mouvement harmonique simple	194
Retour sur l'apprentissage	197
La tangente à une courbe, note historique	198
8.4 : EXERCICES.....	199

DÉRIVÉES ET ANALYSE DE FONCTIONS

9.1 : CROISSANCE ET CONCAVITÉ	204
Croissance et décroissance	204
Extremums relatifs	207
Concavité	209
Esquisse graphique de fonctions	211
9.2 : EXERCICES	216
9.3 : ASYMPTOTES	218
Introduction	218
Évaluation de la limite à l'infini	219
Esquisse de fonctions asymptotiques	222
Fonctions exponentielles de base e	229
La recherche de la tangente, approche cinématique, note historique	232
9.4 : EXERCICES	233
EXERCICES DE SYNTHÈSE	237

OPTIMISATION

10.1 : FONCTIONS ALGÈBRIQUES	240
Introduction	240
Problèmes d'optimisation	242
Maximum et minimum absolus	247
Le vide, quelle horreur !, note historique	249
10.2 : EXERCICES	250
10.3 : FONCTIONS TRANSCENDANTES	253
Introduction	253
Exemples d'optimisation	253
Réflexion et réfraction, loi de Snell-Descartes, note historique	258
10.4 : EXERCICES	259
EXERCICES DE SYNTHÈSE	261

DÉRIVATION IMPLICITE ET TAUX LIÉS

11.1 : DÉRIVATION IMPLICITE	266
Dérivation d'une relation	266
Tangente verticale	270
Exponentielle et logarithmique de base a	271
La recherche de la tangente, approches de géométrie analytique, note historique	274
11.2 : EXERCICES	275
11.3 : TAUX LIÉS	276
Introduction	276
Équations paramétriques	281
Tangente et normale en un point	283
Tangentes parallèles aux axes	285
Mouvement curviligne	286
Retour sur l'apprentissage	292
Du mouvement à la gravitation, note historique	293
11.4 : EXERCICES	294

FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES INVERSES

12.1 : Fonctions inverses et dérivées	300
Définition des fonctions	300
Dérivée des fonctions	303
Fonctions composées	305
Rotation de la Terre, de Copernic au pendule de Foucault, note historique	307
12.2 : EXERCICES	308
12.3 : APPLICATIONS	309
Équation de la tangente	309
Analyse de fonction	310
Optimisation	311
Taux liés	314
Retour sur l'apprentissage	315
12.4 : EXERCICES	316
RÉPONSES AUX EXERCICES	319
BIBLIOGRAPHIE	357
INDEX	361

le vocabulaire associé dans
la résolution de problèmes divers

Les composantes particulières de l'élément
de compétence visées par le présent
chapitre sont :

- l'utilisation du vocabulaire et du symbolisme des relations et des fonctions,
- la détermination du domaine, des zéros et de l'ordonnée à l'origine d'une fonction algébrique,
- la représentation graphique de fonctions algébriques simples,
- la description symbolique d'une situation à l'aide d'un modèle mathématique.

Utiliser le symbolisme des fonctions et les fonctions
polynomiales dans la description et l'analyse de situa-
tions diverses.

Utiliser des fonctions algébriques simples dans la des-
cription et l'analyse de situations diverses.

André Ross est titulaire d'un baccalauréat en pédagogie de l'Université Laval, d'un baccalauréat en mathématiques de l'Université du Québec à Trois-Rivières et d'une maîtrise en mathématiques de l'Université de Sherbrooke. Il a enseigné les mathématiques plus de trente ans au Cégep de Lévis-Lauzon et il a publié de nombreux manuels de mathématiques. Il est actuellement rédacteur en chef de la revue *Accromath* qui vise à donner une image plus vivante, plus humaine et plus riche de ce que sont les mathématiques, et une meilleure connaissance des carrières auxquelles elles donnent accès.

Dans les manuels de calcul différentiel existants, on demande aux élèves de pouvoir évaluer toutes sortes de limites, d'analyser la continuité d'une fonction et de maîtriser toutes les techniques de dérivation avant de présenter des applications dans des domaines autres que les mathématiques. Les exercices que l'élève a à résoudre dans l'apprentissage des notions théoriques ne font souvent que confirmer sa conviction que « toutes ces notions ne sont utiles que pour faire des mathématiques ».

Pour la plupart des élèves, c'est grâce aux applications que les notions prennent du sens et peuvent être utiles dans leur champ disciplinaire. Cependant, plusieurs ne franchissent pas l'obstacle que représente l'assimilation préalable de toute la théorie.

Dans le présent manuel, le calcul différentiel est présenté selon une approche de construction conjointe de la connaissance théorique et pratique. Les exemples et les exercices sont conçus afin de pouvoir appliquer, dans le cadre de situations concrètes, les notions théoriques à mesure qu'elles sont développées. Pour apprécier un développement théorique, il faut avoir été confronté à un problème à résoudre avant et après ce développement.

Illustration de la couverture : La nébuleuse de la Tête de Cheval, Barnard 33, se situe dans la constellation d'Orion à 1 500 années-lumière de la Terre. Gracieuseté de la NASA, ESA, et de l'équipe de Hubble Heritage (STScI/AURA).



www.lozedion.com