

Principes

MÉTHODOLOGIE

Les mathématiques

Virginie Speller

Studyrama
Réussir son avenir



SOMMAIRE

INTRODUCTION

9

RAPPELS

14

PARTIE I

Analyse

17

1. Fonctions d'une seule variable

19

► Étude de fonction

19

Plan d'une étude de fonction

19

Fonctions usuelles

20

► Point sur les fonctions du type a^x et x^a

24

► Point sur les valeurs absolues

25

Propriétés et fonction valeur absolue $x \rightarrow |x|$

25

Inégalités triangulaires

26

Exemple d'écriture de termes d'une fonction sans valeurs absolues

26

► Composition de fonctions de la forme $f \circ g(x) = f(g(x))$

27

► Le point sur les limites

28

Opérations sur les limites et formes indéterminées

28

Terme de plus haut degré

28

Trouver une limite en calculant les racines des polynômes

29

Quantité conjuguée

30

Taux de variations

31

Développements limités

32

► Développements limités

32

Développement limité d'ordre n

32

Développement limité d'ordre 2

33

Développement limité d'ordre 1

33

Utilisation des DL dans le calcul de certaines limites

34

2. Calcul intégral

36

► Conditions pour qu'une fonction soit intégrale

36

► Primitives usuelles

36

► Formules et propriété de l'intégration

38

Que représente une intégrale ?

38

Linéarité de l'intégrale

38

Relation de Chasles

39

<i>Positivité et croissance de l'intégrale</i>	39
<i>Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle $[a, b]$</i>	40
<i>Formule du changement de variables</i>	40
<i>Formule d'intégration par parties</i>	41
► Intégrales généralisées	43
► Intégrales connues et convergence	43
<i>Intégrales de Riemann</i>	43
<i>Intégrales de Bertrand</i>	43
<i>Intégrale de Gauss : $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$</i>	44
<i>Fonction Gamma</i>	46
<i>Intégrales de Wallis</i>	48
3. Suites	54
► Sens de variations d'une suite	54
► Convergence d'une suite et propriétés de convergence	54
<i>Suites majorées, minorées et bornées</i>	54
<i>Sens de variations d'une suite</i>	54
► Suites arithmétiques et géométriques	55
<i>Application à l'économie</i>	55
<i>Application aux statistiques</i>	55
► Suites définies par $U_{n+2} = aU_{n+1} + bU_n$	58
4. Fonctions de deux variables	61
► Notions de topologie	61
<i>Ensembles ouverts, fermés, fermés bornés</i>	61
<i>Ensembles convexes</i>	61
<i>Quelques ensembles à connaître</i>	61
► Ensemble de définition d'une fonction de deux variables ainsi que sa représentation	64
► Dérivées partielles premières : calcul du gradient	65
► Dérivées partielles secondes : calcul de la matrice hessienne	65
► Fonctions convexes et concaves	66
5. Optimisation	67
► Optimisation sans contrainte	67
<i>Conditions du premier ordre : détermination des points critiques</i>	68
<i>Conditions du second ordre : détermination de la nature des points critiques</i>	68
► Optimisation sous contrainte	70
<i>Méthode de linéarisation de la contrainte</i>	70
<i>Méthode du Lagrangien (utilisée en microéconomie)</i>	72

PARTIE II

Algèbre

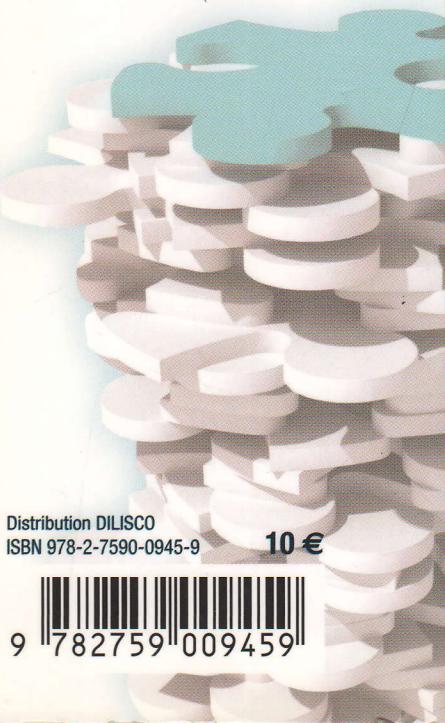
1. Espaces vectoriels et bases	77
► Définition et propriétés d'un espace vectoriel	77
► Définition et propriétés d'une base	78
<i>Famille libre</i>	78
<i>Famille génératrice</i>	80
<i>Propriétés</i>	80
► Applications linéaires	81
2. Matrices non carrées	82
► Définition	82
► Addition et soustraction de deux matrices quelconques	82
► Multiplication d'une matrice quelconque par un réel	83
► Produit de deux matrices quelconques	83
<i>Conditions pour que le produit de deux matrices quelconques soit possible</i>	83
<i>Transposée d'une matrice</i>	85
► Matrice d'une application linéaire	85
3. Matrices carrées	87
► Formules des matrices carrées 2×2	87
<i>Formules d'addition, de soustraction et de multiplication</i>	87
<i>Trace d'une matrice</i>	87
<i>Formule d'inversion d'une matrice 2×2</i>	87
► Les déterminants	88
<i>Déterminant d'une matrice 2×2</i>	88
<i>Déterminant d'une matrice d'ordre 3 et d'ordre supérieur à 3</i>	88
► Méthode du pivot de Gauss	90
► Théorème du rang et diagonalisation	92
<i>Image et rang d'une matrice</i>	92
<i>Noyau d'une matrice</i>	94
<i>Théorème du rang</i>	95
<i>Diagonalisation</i>	96
► Calcul de la puissance $n^{\text{ième}}$ d'une matrice	102
<i>Puissance $n^{\text{ième}}$ d'une matrice diagonale</i>	102
<i>Méthode avec le binôme de Newton</i>	103
<i>Méthode avec la diagonalisation</i>	104

4. Systèmes linéaires $AX = b$	106
▷ Résolution d'un système	106
▷ Résolution avec la méthode du pivot de Gauss	106
5. Formule de changement de base	107
6. Applications bilinéaires et formes quadratiques	109
▷ Produit scalaire	109
▷ Matrice associée à une forme quadratique	109
▷ Signature d'une forme quadratique	111

Principes

MÉTHODOLOGIE

Les mathématiques



Distribution DILISCO
ISBN 978-2-7590-0945-9

10 €

9 782759 009459

Cet ouvrage rappelle les notions fondamentales ainsi que les points incontournables en mathématiques.

Il rassemble les réponses aux questions que se posent le plus souvent les élèves.

Il s'adresse aux étudiants inscrits en première et deuxième années de licence à dominante économique ou tout autre licence contenant un enseignement de mathématiques. Certains chapitres peuvent être très utiles pour des disciplines comme les sciences physiques où le calcul intégral est très sollicité, ou bien comme l'économie où l'on emploie l'optimisation pour le calcul de minima ou de maxima.

Vous y trouverez de nombreux conseils de méthodologie (comment présenter une copie, comment apprendre et réviser son cours, comment faire pour progresser, etc.), les énoncés des définitions et théorèmes, les démonstrations à connaître, des exemples, ainsi que de nombreux exercices corrigés.

Virginie Speller est titulaire d'une maîtrise MASS (Mathématiques Appliquées aux Sciences Sociales) et d'un DESS de Mathématiques de la Décision. Elle a enseigné les mathématiques et les statistiques à l'université Paris Dauphine durant cinq années, avant de donner des cours de statistiques au CELSA.

Studyrama
Réussir son avenir