

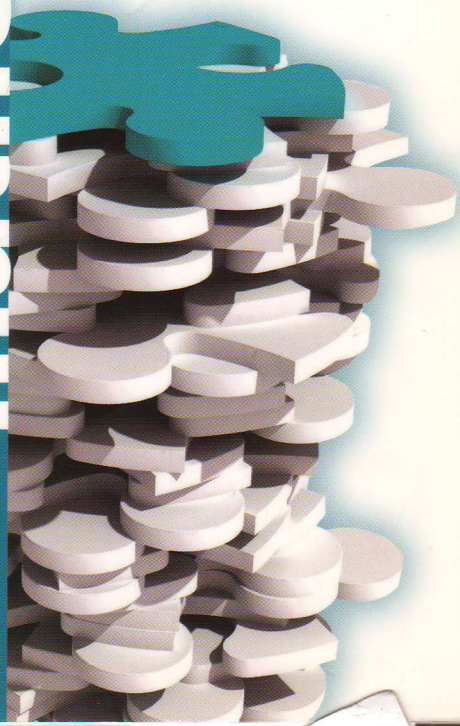
Principes

MÉTHODOLOGIE

# Les mathématiques

Virginie Speller

**Studyrama**  
Réussir son avenir



# SOMMAIRE

## INTRODUCTION

9

## RAPPELS

14

## PARTIE I

### Analyse

17

#### **1. Fonctions d'une seule variable**

19

##### ► Étude de fonction

19

*Plan d'une étude de fonction*

19

*Fonctions usuelles*

20

##### ► Point sur les fonctions du type $a^x$ et $x^a$

24

##### ► Point sur les valeurs absolues

25

*Propriétés et fonction valeur absolue  $x \rightarrow |x|$*

25

*Inégalités triangulaires*

26

*Exemple d'écriture de termes d'une fonction sans valeurs absolues*

26

##### ► Composition de fonctions de la forme $f \circ g(x) = f(g(x))$

27

##### ► Le point sur les limites

28

*Opérations sur les limites et formes indéterminées*

28

*Terme de plus haut degré*

28

*Trouver une limite en calculant les racines des polynômes*

29

*Quantité conjuguée*

30

*Taux de variations*

31

*Développements limités*

32

##### ► Développements limités

32

*Développement limité d'ordre  $n$*

32

*Développement limité d'ordre 2*

33

*Développement limité d'ordre 1*

33

*Utilisation des DL dans le calcul de certaines limites*

34

#### **2. Calcul intégral**

36

##### ► Conditions pour qu'une fonction soit intégrale

36

##### ► Primitives usuelles

36

##### ► Formules et propriété de l'intégration

38

*Que représente une intégrale ?*

38

*Linéarité de l'intégrale*

38

*Relation de Chasles*

39



Positivité et croissance de l'intégrale	39
Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle $[a, b]$	40
Formule du changement de variables	40
Formule d'intégration par parties	41
▮ Intégrales généralisées	43
▮ Intégrales connues et convergence	43
Intégrales de Riemann	43
Intégrales de Bertrand	43
Intégrale de Gauss : $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$	44
Fonction Gamma	46
Intégrales de Wallis	48
<b>3. Suites</b>	54
▮ Sens de variations d'une suite	54
▮ Convergence d'une suite et propriétés de convergence	54
Suites majorées, minorées et bornées	54
Sens de variations d'une suite	54
▮ Suites arithmétiques et géométriques	55
Application à l'économie	55
Application aux statistiques	55
▮ Suites définies par $U_{n+2} = aU_{n+1} + bU_n$	58
<b>4. Fonctions de deux variables</b>	61
▮ Notions de topologie	61
Ensembles ouverts, fermés, fermés bornés	61
Ensembles convexes	61
Quelques ensembles à connaître	61
▮ Ensemble de définition d'une fonction de deux variables ainsi que sa représentation	64
▮ Dérivées partielles premières : calcul du gradient	65
▮ Dérivées partielles secondes : calcul de la matrice hessienne	65
▮ Fonctions convexes et concaves	66
<b>5. Optimisation</b>	67
▮ Optimisation sans contrainte	67
Conditions du premier ordre : détermination des points critiques	68
Conditions du second ordre : détermination de la nature des points critiques	68
▮ Optimisation sous contrainte	70
Méthode de linéarisation de la contrainte	70
Méthode du Lagrangien (utilisée en microéconomie)	72

## **PARTIE II**

### **Algèbre**

	75
<b>1. Espaces vectoriels et bases</b>	77
Définition et propriétés d'un espace vectoriel	77
Définition et propriétés d'une base	78
Famille libre	78
Famille génératrice	80
Propriétés	80
Applications linéaires	81
<b>2. Matrices non carrées</b>	82
Définition	82
Addition et soustraction de deux matrices quelconques	82
Multiplication d'une matrice quelconque par un réel	83
Produit de deux matrices quelconques	83
Conditions pour que le produit de deux matrices quelconques soit possible	83
Transposée d'une matrice	85
Matrice d'une application linéaire	85
<b>3. Matrices carrées</b>	87
Formules des matrices carrées $2 \times 2$	87
Formules d'addition, de soustraction et de multiplication	87
Trace d'une matrice	87
Formule d'inversion d'une matrice $2 \times 2$	87
Les déterminants	88
Déterminant d'une matrice $2 \times 2$	88
Déterminant d'une matrice d'ordre 3 et d'ordre supérieur à 3	88
Méthode du pivot de Gauss	90
Théorème du rang et diagonalisation	92
Image et rang d'une matrice	92
Noyau d'une matrice	94
Théorème du rang	95
Diagonalisation	96
Calcul de la puissance $n^{\text{ième}}$ d'une matrice	102
Puissance $n^{\text{ième}}$ d'une matrice diagonale	102
Méthode avec le binôme de Newton	103
Méthode avec la diagonalisation	104

<b>4. Systèmes linéaires <math>AX = b</math></b>	106
▶ Résolution d'un système	106
▶ Résolution avec la méthode du pivot de Gauss	106
<b>5. Formule de changement de base</b>	107
<b>6. Applications bilinéaires et formes quadratiques</b>	109
▶ Produit scalaire	109
▶ Matrice associée à une forme quadratique	109
▶ Signature d'une forme quadratique	111



# Les mathématiques

Cet ouvrage rappelle les notions fondamentales ainsi que les points incontournables en mathématiques. Il rassemble les réponses aux questions que se posent le plus souvent les élèves.

Il s'adresse aux étudiants inscrits en première et deuxième années de licence à dominante économique ou tout autre licence contenant un enseignement de mathématiques. Certains chapitres peuvent être très utiles pour des disciplines comme les sciences physiques où le calcul intégral est très sollicité, ou bien comme l'économie où l'on emploie l'optimisation pour le calcul de minima ou de maxima.

Vous y trouverez de nombreux conseils de méthodologie (comment présenter une copie, comment apprendre et réviser son cours, comment faire pour progresser, etc.), les énoncés des définitions et théorèmes, les démonstrations à connaître, des exemples, ainsi que de nombreux exercices corrigés.

*Virginie Speller est titulaire d'une maîtrise MASS (Mathématiques Appliquées aux Sciences Sociales) et d'un DESS de Mathématiques de la Décision. Elle a enseigné les mathématiques et les statistiques à l'université Paris Dauphine durant cinq années, avant de donner des cours de statistiques au CELSA.*

Distribution DILISCO  
ISBN 978-2-7590-0945-9

10 €



**Studyrama**  
Réussir son avenir