



Denis Serre

Les Matrices

Théorie et pratique

UniverSciences



DUNOD

Table des matières

CHAPITRE 1 • THÉORIE ÉLÉMENTAIRE

1.1 Changements de base

CHAPITRE 2 • MATRICES CARRÉES

2.1 Déterminants et mineurs

2.2 Inversibilité

2.3 Valeurs propres, vecteurs propres

2.4 Polynôme caractéristique

2.5 Diagonalisation

2.6 Trigonalisation

2.7 Irréductibilité

CHAPITRE 3 • MATRICES À COEFFICIENTS RÉELS OU COMPLEXES

3.1 Valeurs propres des matrices réelles et complexes

3.2 Décomposition spectrale des matrices normales

3.3 Matrices réelles normales ou symétriques

3.4 Spectre et diagonale des matrices hermitiennes

CHAPITRE 4 • NORMES

4.1 Rappels

4.2 Théorème de Householder

1

7

13

13

16

17

18

21

22

24

25

27

29

30

35

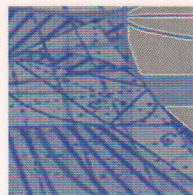
39

39

44

4.3	Inégalité d'interpolation	45
4.4	Lemme fondamental des algèbres de Banach	47
4.5	Domaine de Gerschgorin	49
CHAPITRE 5 • MATRICES POSITIVES		53
5.1	Vecteurs et matrices positives	53
5.2	Théorème de Perron-Frobenius. Forme faible	54
5.3	Théorème de Perron-Frobenius. Forme forte	55
5.4	Complément : matrices cycliques	58
5.5	Matrices stochastiques	59
CHAPITRE 6 • MATRICES À COEFFICIENTS DANS UN ANNEAU PRINCIPAL. APPLICATIONS		63
6.1	Preliminaires	63
6.2	Facteurs invariants d'une matrice	66
6.3	Invariants de similitude. Réduction de Jordan	69
CHAPITRE 7 • EXPONENTIELLE DE MATRICES ET DÉCOMPOSITION POLAIRE. APPLICATIONS		77
7.1	Décomposition polaire	77
7.2	Exponentielle de matrices	79
7.3	Structure des groupes classiques	81
7.4	Groupes $U(p, q)$	83
7.5	Groupes orthogonaux $O(p, q)$	84
7.6	Groupe symplectique SP_n	87
CHAPITRE 8 • FACTORISATIONS DE MATRICES		89
8.1	Décomposition LU	90
8.2	Factorisation de Choleski	95
8.3	Factorisation QR	96
CHAPITRE 9 • MÉTHODES ITÉRATIVES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES LINÉAIRES		99
9.1	Critère général de convergence	100
9.2	Quelques méthodes courantes	101
9.3	Deux cas de convergence	103

9.4	Cas tridiagonal	105
9.5	Méthode du gradient conjugué	109
CHAPITRE 10 • CALCUL APPROCHÉ DES VALEURS PROPRES		115
10.1	Matrices de Hessenberg	116
10.2	Méthode QR	120
10.3	Méthode de Jacobi	126
10.4	Méthodes de la puissance	131
10.5	Méthode de Leverrier	134
CHAPITRE 11 • EXERCICES		137
11.1	Théorie élémentaire	137
11.2	Matrices carrées	138
11.3	Matrices réelles et complexes	142
11.4	Normes	145
11.5	Matrices positives	150
11.6	Matrices à coefficients dans un anneau principal	152
11.7	Exponentielle de matrices et décomposition polaire	154
11.8	Factorisations de matrices	158
11.9	Méthodes itératives pour les problèmes linéaires	159
11.10	Valeurs propres, vecteurs propres	160
BIBLIOGRAPHIE		164
INDEX		166



Denis Serre

LES MATRICES

Théorie et pratique

Les matrices constituent un outil mathématique indispensable pour les scientifiques de toutes disciplines.

Cet ouvrage présente sous une forme synthétique les techniques d'analyse et de l'utilisation des matrices. Il donne une vision actuelle des valeurs propres, des normes matricielles, de la réduction de Jordan avec ses avatars, de l'exponentielle des matrices (avec ses applications géométriques), enfin des algorithmes numériques.

Cent quarante exercices corrigés complètent l'exposé.

Ce livre s'adresse à tous les étudiants en deuxième cycle d'études scientifiques ainsi qu'aux ingénieurs. Il permet par ailleurs d'illustrer un grand nombre de leçons de l'agrégation de mathématique.

DENIS SERRE

ancien membre de
l'Institut Universitaire
de France (1992-1997),
est professeur à l'École
Normale Supérieure
de Lyon.

MATHÉMATIQUES

PHYSIQUE

CHIMIE

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

INFORMATIQUE

SCIENCES DE LA VIE

SCIENCES DE LA TERRE



9 782100 055151

ISBN 2 10 00551 5 1

www.dunod.com

