Bien débuter en mathématiques

L1, L2, L3
Classes préparatoires

Limites
Fonctions continues
Fonctions dérivables

Exercices corrigés avec rappels de cours

Jean-Jacques Colin
Jean-Marie Morvan
Avec la participation de
Rémi Morvan

Cépaduès
éditions

Table des matières

Avant-Propos i

1 Prérequis 1
1.1 Applications 1
1.2 Fonctions 4
1.2.1 Opérations sur les fonctions 4
1.2.2 Comparaison des fonctions 4
1.2.3 Valeur absolue d'une fonction 4
1.2.4 Fonctions périodiques 5
1.2.5 Fonctions paires et impaires 5
1.2.6 Fonctions monotones 5
1.2.7 Fonctions bornées 6

2 Limite d'une fonction 7
2.1 Rappels de cours 7
2.1.1 Notion de point adhérent 7
2.1.2 Limite d'une fonction en un point 7
2.1.3 Opérations sur les limites 12
2.1.4 Limite de la composée de deux fonctions 13
2.1.5 Le théorème des gendarmes 13
2.1.6 Le critère de Cauchy pour les fonctions 14
2.1.7 Le théorème de la limite monotone 14
2.2 Exercices 16

3 Fonctions continues 27
3.1 Rappels de cours 27
3.1.1 Définitions et premières propriétés 27
3.1.2 Propriétés élémentaires des fonctions continues 30
3.1.3 Prolongement par continuité 30
3.1.4 Quelques théorèmes globaux 31
3.1.5 Fonctions continues monotones 33
3.1.6 Continuité d'une fonction réciproque 33
3.1.7 Fonctions uniformément continues 34

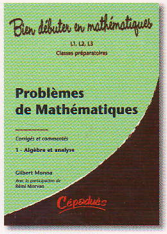
3.1.8 Notion de fonction lipschitzienne 34
3.2 Exercices 35

4 Fonctions dérivables **77**
4.1 Rappels de cours 77
4.1.1 Notion de dérivabilité 77
4.1.2 Maximum, minimum local d'une fonction 80
4.1.3 Les théorèmes de Rolle et des accroissements finis . . . 81
4.1.4 La règle de l'Hôpital 83
4.1.5 Variations d'une fonction 85
4.1.6 Dérivée d'une fonction réciproque 86
4.1.7 Formulaire 86
4.2 Exercices 88

5 Fonctions convexes **141**
5.1 Rappels de cours 141
5.2 Exercices 144

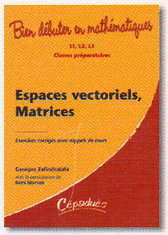
Dans la même série

Réf. 747

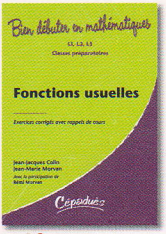


Réf. 759

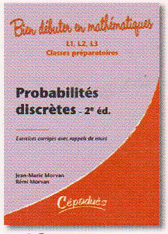
Réf. 781



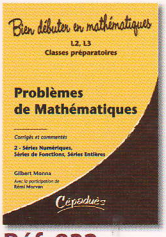
Réf. 799



Réf. 812



Réf. 825



Réf. 832

Chez le même éditeur

- Pratiques mathématiques – Analyse : la convergence vue par les problèmes

R. Groux, P. Soulat

www.cepadues.com

Cet ouvrage traite des fonctions continues et dérivables d'une variable réelle, notions fondamentales en analyse. Il s'adresse aux étudiants de premières années d'Université, (L1,L2,L3), des classes préparatoires aux Grandes Écoles, ainsi qu'aux étudiants qui préparent le C.A.P.E.S. de Mathématiques. Il propose à la fois des rappels de cours et des exercices corrigés de façon particulièrement détaillée, classés par ordre de difficulté croissante. Le lecteur pourra ainsi progresser à son rythme et de façon autonome dans cette discipline.

Les chapitres sont agrémentés de quelques pages historiques, qui replacent les résultats énoncés dans leur contexte.

Sont abordés les définitions classiques des fonctions continues, uniformément continues, lipschitziennes, les grands théorèmes relatifs à ces fonctions (théorème de Bolzano ou théorème des valeurs intermédiaires, de Weierstrass, de Heine...). De même, on y trouve les définitions classiques des fonctions dérivables, le théorème de Rolle, celui des accroissements finis, la règle de l'Hôpital... Le fascicule se termine par un chapitre élémentaire sur les fonctions convexes.

Les exercices proposés sont typiques des questions posées aux examens et aux concours. Une fois ces notions assimilées, le lecteur pourra sans difficultés s'engager dans des études plus avancées.

Jean-Jacques Colin enseigne les Mathématiques à l'Université Claude Bernard Lyon 1.

Jean-Marie Morvan est Professeur de Mathématiques à l'Université Claude Bernard Lyon 1.

Rémi Morvan se consacre à la diffusion et la vulgarisation de textes scientifiques d'enseignement et de recherche.

Réf. 850
ISBN : 978.2.85428.850.6
9 782854 288506