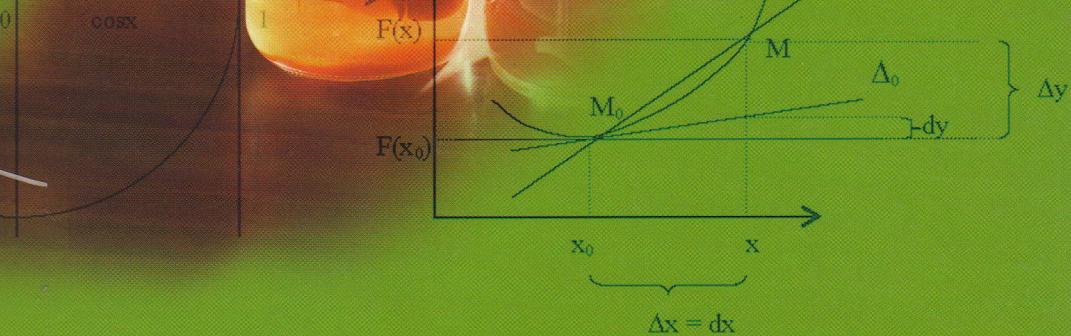
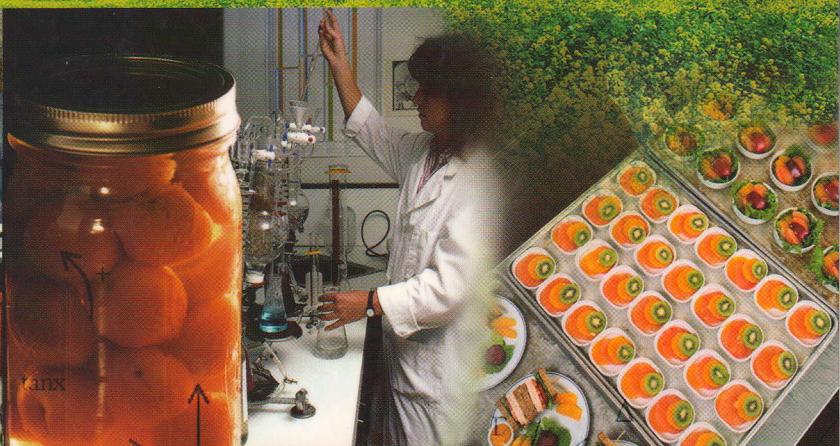


Alain-Claude Roudot

# Mathématiques appliquées à l'agroalimentaire



# *Table des matières*

## *Première partie*

### **Les fondamentaux**

Identités remarquables .....	3
Rapports et proportions .....	3
Règles des puissances .....	4
Dénombrements .....	5
Numération .....	7
Passage d'une base $b$ au système décimal .....	7
Passage du système décimal à un système de base $b$ .....	7
Passage d'une base $b$ à une base $b'$ .....	8
Nombres complexes .....	8
Forme trigonométrique des complexes .....	9
Formule de Moivre .....	9
Linéarisation de $\cos^n x$ et $\sin^n x$ .....	10
Dérivée et différentielle .....	10
Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples .....	12
Trigonométrie .....	15

## *Deuxième partie*

### **Les notions nécessaires**

#### *Chapitre 1*

#### **Logique et algèbre de Boole**

1. Algèbre de Boole .....	20
1.1. ET logique .....	20
1.2. OU logique .....	20

1.3. NON logique . . . . .	21
1.4. OU exclusif . . . . .	22
2. Tables de Karnaugh . . . . .	22
2.1. Code binaire réfléchi ou code de Gray . . . . .	23
2.2. Table de Karnaugh à 4 variables . . . . .	23
3. Logique floue . . . . .	24
4. Applications . . . . .	26
4.1. Cinétique logique . . . . .	26
4.2. Logique booléenne en génétique . . . . .	27
4.3. Logique hybride . . . . .	27
4.4. Autres applications . . . . .	28

### *Chapitre 2*

#### **Matrices et déterminants**

1. Définition . . . . .	29
2. Éléments de calcul matriciel . . . . .	30
2.1. Égalité de matrices . . . . .	30
2.2. Addition . . . . .	30
2.3. Multiplication par un scalaire . . . . .	31
2.4. Multiplication de deux matrices . . . . .	31
2.5. Matrice transposée . . . . .	32
2.6. Matrices partitionnées . . . . .	32
3. Déterminants . . . . .	32
3.1. Définition . . . . .	32
Exemple d'un déterminant d'ordre 2 . . . . .	33
Exemple d'un déterminant d'ordre 3 . . . . .	33
3.2. Mineurs et cofacteurs . . . . .	33
3.3. Deuxième méthode de calcul d'un déterminant . . . . .	34
3.3. Propriétés des déterminants et troisième méthode de calcul . . . . .	35
4. Inversion de matrice . . . . .	36
5. Diagonalisation d'une matrice . . . . .	37
6. Applications . . . . .	38
6.1. Séchage des grains . . . . .	38
6.2. Modèles à compartiments . . . . .	39
6.3. Statistiques multidimensionnelles . . . . .	40

### *Chapitre 3*

#### **Équations linéaires**

1. Définitions . . . . .	42
2. Méthode de Gauss . . . . .	43
3. Méthode de Cramer . . . . .	43
4. Inversion de matrices . . . . .	45
5. Méthodes par solution approchée . . . . .	46
6. Applications . . . . .	48
6.1. Étude des échanges radiatifs entre des surfaces grises . . . . .	48
6.2. Spectroscopie infrarouge . . . . .	49

*Chapitre 4*  
**Fonctions logarithmiques et exponentielles**

1. Fonction logarithme népérien . . . . .	51
Quelques propriétés . . . . .	52
2. Fonctions logarithmes de base quelconque . . . . .	53
3. Fonction exponentielle . . . . .	54
Quelques propriétés . . . . .	54
4. Fonctions exponentielles de base a . . . . .	54
5. Applications . . . . .	55
5.1. Échelle logarithmique . . . . .	55
5.2. Microbiologie prévisionnelle . . . . .	55
5.3. Tendreté de la viande de bœuf . . . . .	57
5.4. Quantité d'informations . . . . .	57

*Chapitre 5*  
**Courbes et ajustements expérimentaux**

1. Quelques courbes classiques . . . . .	59
1.1. Courbes sigmoïdes . . . . .	59
1.2. Courbes pics . . . . .	62
1.3. Courbes monotones . . . . .	64
1.4. Courbes d'amortissement . . . . .	64
2. Méthodes d'approximation . . . . .	65
2.1. Méthode des moindres carrés . . . . .	65
2.2. Autres méthodes d'ajustement . . . . .	66
3. Applications . . . . .	67
3.1. Variation du pH de viande de bœuf . . . . .	67
3.2. Matière grasse et protéines dans le lait . . . . .	67
3.3. Modèle paramétrique pour des données de dégustation . . . . .	68
3.4. Courbes dose-réponse . . . . .	69

*Chapitre 6*  
**Primitives et intégrales**

1. Primitives . . . . .	71
1.1. Définition . . . . .	71
1.2. Primitives usuelles . . . . .	72
1.3. Propriétés . . . . .	73
2. Intégrales . . . . .	73
2.1. Définition . . . . .	73
2.2. Propriétés . . . . .	74
3. Calcul pratique des primitives et intégrales . . . . .	75
3.1. Utilisation des primitives connues . . . . .	75
3.2. Cas particulier des fractions rationnelles . . . . .	75
3.3. Changements de variables . . . . .	76
3.4. Intégration par parties . . . . .	78
3.5. Fonctions rationnelles en sinus et cosinus . . . . .	79

4. Applications .....	79
4.1. Calcul d'hystérésis en analyse de texture .....	80
4.2. Fonction erreur .....	80

*Chapitre 7*  
**Équations différentielles**

1. Introduction .....	81
2. Équations différentielles du premier ordre .....	82
2.1. Équation à variables séparables .....	82
2.2. Équation différentielle homogène .....	83
2.3. Équation différentielle linéaire .....	83
2.4. Équation différentielle de Bernouilli .....	85
3. Équations différentielles du deuxième ordre .....	85
3.1. Équation linéaire homogène à coefficients constants .....	85
3.2. Équation linéaire à coefficients constants .....	85
3.3. Équations du type $\Phi(x, y'') = 0$ .....	88
3.4. Équations du type $\Phi(x, y', y'') = 0$ .....	88
3.5. Équations du type $\Phi(y, y', y'') = 0$ .....	88
3.6. Équations du type $y'' + f(y) = 0$ .....	88
3.7. Équation d'Euler (ou de Cauchy) .....	88
4. Applications .....	89
4.1. Viscosimètre à chute libre .....	89
4.2. Chauffage d'un fluide agité dans un récipient .....	89
4.3. Viscosimètre à écoulement .....	90

*Troisième partie*  
**Pour aller plus loin...**

*Chapitre 1*  
**Optimisation – Programmation linéaire**

1. Quelques exemples .....	95
2. Résolution graphique d'un problème de programmation linéaire .....	97
3. Méthode du simplexe .....	99
3.1. Variables d'écart .....	99
3.2. Variables de base et variables hors base .....	99
3.3. Tableau du simplexe .....	100
4. Applications .....	103
4.1. Modèle multicritère en formulation alimentaire .....	103
4.2. Optimisation des apports en énergie en agriculture .....	104
4.3. Gestion de production animale .....	104

*Chapitre 2***Séries – Décompositions et transformations de fonctions**

1.	Convergence et divergence des séries . . . . .	106
2.	Séries de Taylor et MacLaurin . . . . .	107
2.1.	Méthodes d'obtention de la décomposition de Mac Laurin . . . . .	108
2.2.	Utilisations de ces décompositions en séries de puissance . . . . .	109
3.	Décomposition en série de Fourier . . . . .	109
3.1.	Coefficients de Fourier . . . . .	110
3.2.	Convergence . . . . .	111
3.3.	Exemples de décomposition . . . . .	111
3.4.	Utilisation des décompositions de Fourier . . . . .	113
4.	Transformée de Fourier . . . . .	114
5.	Décomposition en ondelettes . . . . .	114
6.	Applications . . . . .	115
6.1.	Cibles géométriques . . . . .	115
6.2.	Classification de vins . . . . .	115
6.3.	Ondelettes en bio-informatique . . . . .	116
6.4.	Ultrasons et rhéologie du fromage . . . . .	116
6.5.	Étude du rassissement du pain . . . . .	116

*Chapitre 3***Fonctions à plusieurs variables**

1.	Différentielles partielles et totales . . . . .	119
2.	Intégrales multiples . . . . .	121
2.1.	Intégrales doubles . . . . .	122
2.2.	Intégrales triples . . . . .	124
2.3.	Quelques applications . . . . .	125
3.	Équations aux dérivées partielles (EDP) . . . . .	126
3.1.	Équations aux dérivées partielles linéaires du premier ordre . . . . .	126
3.2.	Équation de Laplace . . . . .	127
3.3.	Équation de la chaleur . . . . .	129
4.	Résolution numérique . . . . .	130
4.1.	Méthode des différences finies . . . . .	130
4.2.	Méthode des volumes finis . . . . .	130
4.3.	Méthode des éléments finis . . . . .	131
5.	Applications . . . . .	131
5.1.	Modélisation de la cuisson du pain . . . . .	131
5.2.	Transfert de chaleur et d'humidité lors de la réfrigération du bœuf . . . . .	132
5.3.	Hétérogénéité interne des pommes et vibrations mécaniques . . . . .	132
5.4.	Transfert de matière lors de l'extraction d'huile essentielle . . . . .	133
5.5.	Éléments et volumes finis en qualité et sécurité alimentaire . . . . .	133
	<b>Références bibliographiques . . . . .</b>	135
	<b>Index . . . . .</b>	137
	<b>Domaines d'applications cités . . . . .</b>	139

**Alain-Claude Roudot**, docteur-ingénieur en mécanique, HDR en sciences biologiques, est maître de conférences à l'École supérieure de microbiologie et sécurité alimentaire de Brest (ESMISAB – Université de Bretagne occidentale). Il est également l'auteur de *Rhéologie et analyse de texture des aliments* (éditions Tec & Doc, 2001).

Bien que solides, les connaissances mathématiques des techniciens supérieurs et ingénieurs en agroalimentaire se révèlent généralement inadaptées à des applications aussi variées que la microbiologie prévisionnelle ou le génie des procédés. La littérature scientifique existante ne permet d'ailleurs de résoudre qu'imparfaitement cet état de fait, sauf dans des domaines d'application fort restreints.

L'originalité de ce manuel est de présenter, pour la première fois en langue française, les principales notions mathématiques utiles en agroalimentaire, selon un ordre de difficulté croissant :

- la 1<sup>re</sup> partie est consacrée aux fondamentaux : identités remarquables, dénombrement, numération, nombres complexes, dérivées et différentielles, trigonométrie... ;
- la 2<sup>e</sup> partie est consacrée aux notions nécessaires : logique et algèbre de Boole, matrices et déterminants, équations linéaires, fonctions logarithmiques et exponentielles, courbes et ajustements expérimentaux, primitives et intégrales, équations différentielles ;
- la 3<sup>e</sup> partie propose quelques approfondissements : optimisation et programmation linéaire, séries et décomposition / transformation de fonctions, fonctions à plusieurs variables.

Afin d'amarrer les données théoriques à la pratique industrielle, *Mathématiques appliquées à l'industrie agroalimentaire* prend soin de citer plusieurs domaines d'application pour chaque notion présentée. Sont ainsi abordés l'analyse de texture, la brasserie, le brunissement, les courbes effet-dose, la fermentation, la chromatographie liquide haute performance, la microbiologie prédictive, le rassissement, la réfrigération, le séchage, la spectroscopie infrarouge, le transfert de chaleur...

Ainsi rédigé, ce manuel s'adresse aux techniciens et ingénieurs de l'ensemble des industries agroalimentaires, ainsi qu'aux étudiants des filières agronomiques, alimentaires ou biologiques, du bac + 2 au doctorat.

978-2-7430-0968-7



9 782743 009687