

Claire David  
Sami Mustapha  
Frederi Viens  
Nathalie Capron

# MATHÉMATIQUES

pour les **SCIENCES** de la **VIE**

**TOUT LE COURS EN FICHES**

Licence • Prépas • CAPES

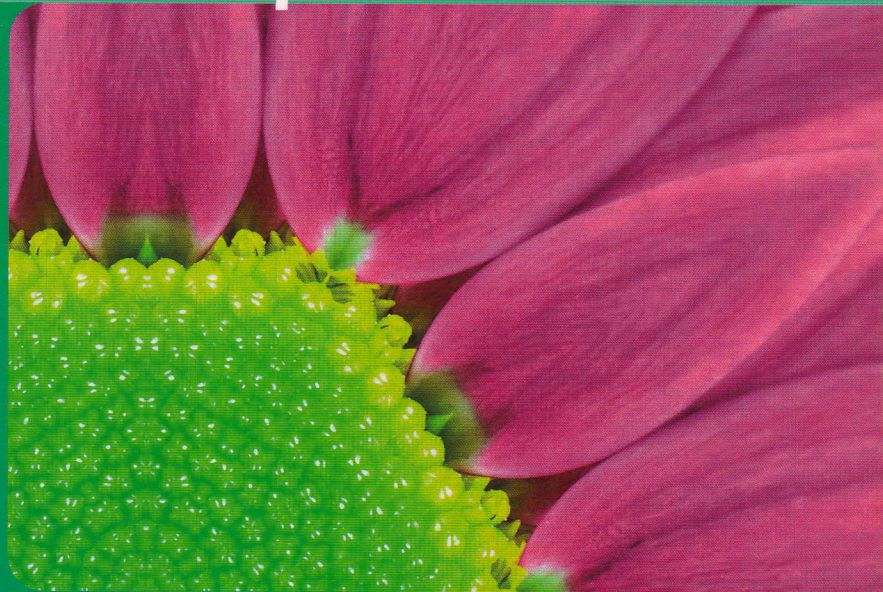
**140** Fiches de cours

**200** exercices corrigés  
et exemples  
d'application

RESSOURCES



NUMÉRIQUES



DUNOD



# Table des matières

Avant-propos

Comment utiliser cet ouvrage ?

## Partie 1 Calculus

### Nombres réels

Fiche 1 Les ensembles de nombres

Fiche 2 Intervalles, voisinages, bornes

### Limites

Fiche 3 Limite d'une fonction en un point

Fiche 4 Limite d'une fonction en  $+\infty$  ou  $-\infty$

Fiche 5 Propriétés des limites – Opérations sur les limites

Fiche 6 Notations de Landau

### Fonctions numériques

Fiche 7 Domaine de définition d'une fonction, graphe

**Focus** La construction de l'ensemble des réels :  
les coupures de Dedekind

Fiche 8 Comment définir une fonction ?

Fiche 9 Majorations et minoration

Fiche 10 Fonctions monotones

Fiche 11 Parité, imparité

Fiche 12 Symétries

Fiche 13 Fonctions périodiques

### Fonctions usuelles

Fiche 14 Fonctions puissances entières

Fiche 15 Fonctions polynômes et fonction valeur absolue

**Focus** John Napier et les tables logarithmiques

Fiche 16 La fonction logarithme népérien

Fiche 17 La fonction exponentielle

Fiche 18 Fonctions puissances « non entières »

**Focus** Leibniz et la fonction exponentielle

Fiche 19 Fonctions circulaires

Fiche 20 Fonctions hyperboliques

**Focus** L'origine de la trigonométrie

### Continuité

Fiche 21 Continuité d'une fonction en un point

Fiche 22 Fonctions continues sur un intervalle

### Dérivabilité

Fiche 23 Dérivabilité en un point

XI

XII

2

2

6

8

8

12

14

16

18

18

21

22

24

26

28

30

32

33

33

35

38

39

41

43

44

45

47

49

51

51

55

58

58



Fiche 24	Dérivabilité sur un intervalle	61
Fiche 25	Dérivées successives	65
Fiche 26	Théorème des accroissements finis et théorème de Rolle	67
Fiche 27	Formule de Taylor-Lagrange	71
<b>Fonctions réciproques</b>		72
Fiche 28	Fonctions réciproques	72
Fiche 29	Les fonctions trigonométriques inverses	75
Fiche 30	Les fonctions hyperboliques inverses	79
<b>Développements limités</b>		81
Fiche 31	Développements limités	81
Fiche 32	Formule de Taylor-Young	84
Fiche 33	Développements limités usuels	89
Fiche 34	Opérations algébriques et composition des développements limités	92
<b>Développements asymptotiques</b>		95
Fiche 35	Développements asymptotiques	95
<b>Convexité</b>		96
Fiche 36	Convexité	96
<b>Équations différentielles linéaires du 1<sup>er</sup> ordre</b>		100
Fiche 37	Équations différentielles linéaires du 1 <sup>er</sup> ordre homogènes	100
Fiche 38	Équations différentielles linéaires du 1 <sup>er</sup> ordre avec second membre	103
<b>Suites</b>		111
Fiche 39	Qu'est-ce qu'une suite ?	111
Fiche 40	Les différents types de suites	114
<b>Focus</b> <i>Suites arithmético-géométriques et finance</i>		119
Fiche 41	Étude d'une suite	120
Fiche 42	Majorants, minorants d'une suite réelle Croissance et décroissance	123
Fiche 43	Techniques d'étude des suites réelles	125
Fiche 44	Convergence	127
Fiche 45	Convergence des suites monotones	130
Fiche 46	Opérations sur les limites de suites	132
Fiche 47	Convergence des suites homographiques réelles	135
Fiche 48	Suites extraites	140
Fiche 49	Suites de Cauchy	142
Fiche 50	Comparaison des suites réelles	144
<b>Focus</b> <i>Suites et systèmes dynamiques – L'attracteur de Hénon</i>		148
<b>Séries</b>		149
Fiche 51	Séries	149
Fiche 52	Quelques séries remarquables	151
Fiche 53	Critères de convergence pour les séries à termes positifs	153



<b>Intégrales</b>	155
Fiche 54 Qu'est-ce qu'une intégrale ?	155
Fiche 55 Intégrale d'une fonction en escaliers	157
Fiche 56 Intégrale d'une fonction continue par morceaux	162
Fiche 57 Calcul intégral	168
Fiche 58 Primitives de fractions rationnelles	174
Fiche 59 Calcul approché d'intégrales	176
<b>Focus</b> Intégrale de Riemann vs intégrale de Lebesgue	183
Fiche 60 Intégrales généralisées	185
Fiche 61 Intégrales doubles sur un pavé du plan $\mathbb{R}^2$	193
<b>Exercices d'entraînement</b>	195

## Partie 2 Algèbre

<b>Le plan complexe – Les nombres complexes</b>	206
Fiche 62 Le corps des nombres complexes	206
<b>Focus</b> Les nombres complexes	209
Fiche 63 Représentation géométrique des nombres complexes	211
Fiche 64 Inversion des nombres complexes	214
Fiche 65 Propriétés fondamentales des nombres complexes	216
Fiche 66 Complément : les polynômes de Tchebychev	218
Fiche 67 Racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité, racines $n^{\text{ièmes}}$ complexes	221
Fiche 68 Factorisation des polynômes dans le corps $\mathbb{C}$	224
Fiche 69 Fractions rationnelles et décomposition en éléments simples	229
Fiche 70 Transformations du plan : translations, homothéties	240
Fiche 71 Transformations du plan : rotations	242
Fiche 72 Transformations du plan : similitudes	244
<b>Focus</b> Transformations complexes, fractales, et représentations de la nature	248
<b>Focus</b> L'origine des matrices	250
<b>Matrices</b>	252
Fiche 73 Matrices de taille $2 \times 2$	252
Fiche 74 Déterminant de matrices de taille $2 \times 2$	254
Fiche 75 Matrices de taille $3 \times 3$	256
Fiche 76 Déterminant de matrices de taille $3 \times 3$	259
Fiche 77 Matrices de taille $m \times n$	262
Fiche 78 Opérations sur les matrices	264
Fiche 79 Matrices remarquables	266
Fiche 80 Introduction aux déterminants de matrices de taille $n \times n$	270
Fiche 81 Inversion des matrices carrées	272
<b>Focus</b> Les matrices et leurs applications	276
Fiche 82 Systèmes linéaires	278



<b>Focus</b>	<i>Matrices, systèmes linéaires et chimie</i>	281
Fiche 83	Vecteurs	282
Fiche 84	Barycentres	286
Fiche 85	Droites, plans	290
Fiche 86	Produit scalaire	293
<b>Focus</b>	<i>Produit scalaire, espaces fonctionnels et calcul numérique</i>	297
Fiche 87	Produit vectoriel	298
Fiche 88	Aires et volumes	300
<b>Focus</b>	<i>Géométrie euclidienne – ou non ? Encore des matrices !</i>	302
<b>Transformations linéaires du plan</b>		304
Fiche 89	Bases et transformations linéaires du plan	304
Fiche 90	Changement de base en dimension 2, et déterminant d'une application linéaire	308
Fiche 91	Conjugaison – Matrices semblables de taille $2 \times 2$	310
Fiche 92	Opérateurs orthogonaux en dimension 2	312
Fiche 93	Rotations vectorielles du plan	314
<b>Transformations linéaires de l'espace</b>		317
Fiche 94	Bases de l'espace $\mathbb{R}^3$	317
Fiche 95	Transformations linéaires de l'espace $\mathbb{R}^3$	318
Fiche 96	Changement de base en dimension 3	322
Fiche 97	Conjugaison – Matrices semblables de taille $3 \times 3$	324
Fiche 98	Opérateurs orthogonaux de l'espace $\mathbb{R}^3$	326
Fiche 99	Rotations vectorielles de l'espace $\mathbb{R}^3$	328
<b>L'espace <math>\mathbb{R}^n</math></b>		330
Fiche 100	Vecteurs en dimension $n$ , $n \geq 2$	330
Fiche 101	Espace engendré par une famille de vecteurs Sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$	332
Fiche 102	Transformations linéaires de l'espace $\mathbb{R}^n$	335
Fiche 103	Changement de base	339
Fiche 104	Conjugaison – Matrices semblables de taille $n \times n$	341
Fiche 105	Réduction des matrices carrées	343
<b>Focus</b>	<i>Groupe spécial orthogonal et cristallographie</i>	347
<b>Focus</b>	<i>Diagonalisation – La toupie de Lagrange (et de Michèle Audin)</i>	349
<b>Espaces vectoriels</b>		350
Fiche 106	Les espaces vectoriels	350
Fiche 107	Sous-espaces vectoriels	354
Fiche 108	Somme de sous-espaces vectoriels	356
Fiche 109	Projecteurs, symétries	357
<b>Exercices d'entraînement</b>		359



## Partie 3

### Probabilités

<b>Analyse Combinatoire</b>	368
Fiche 110 Factorielle	368
Fiche 111 Arrangements	370
Fiche 112 Combinaisons	372
<b>Espaces probabilisés</b>	376
Fiche 113 Espaces probabilisés	376
<b>Focus</b> Les jeux de hasard	380
<b>Focus</b> Lancer de dés	382
Fiche 114 Conditionnement	384
Fiche 115 Indépendance	388
<b>Probabilités discrètes</b>	389
Fiche 116 Variable aléatoire discrète et loi associée	389
Fiche 117 Fonction de répartition	392
Fiche 118 La loi de Bernoulli, de paramètre $p \in [0, 1]$	394
Fiche 119 La loi uniforme (sur un ensemble de réels)	396
Fiche 120 La loi binomiale	397
Fiche 121 La loi géométrique	400
Fiche 122 La loi binomiale négative	404
<b>Focus</b> Les tortues des Galápagos	406
Fiche 123 La loi hypergéométrique	409
Fiche 124 La loi de Poisson	412
Fiche 125 Somme de variables aléatoires discrètes	416
Fiche 126 Espérance	419
Fiche 127 Moment d'ordre $r$ , $r \in \mathbb{N}^*$ , d'une variable aléatoire discrète	425
<b>Focus</b> Application de l'inégalité de Markov	427
<b>Focus</b> Variations de température	429
Fiche 128 Variance, écart-type	431
<b>Focus</b> Inégalité de Tchebychev et concentration de mesure	439
Fiche 129 Covariance	440
Fiche 130 Couples de variables aléatoires discrètes	445
Fiche 131 Un théorème limite pour les variables aléatoires discrètes : la loi des grands nombres	447
<b>Probabilités continues</b>	449
Fiche 132 Du discret au continu : variables aléatoires continues	449
Fiche 133 Variables à densité	450
Fiche 134 Lois uniformes	457
<b>Focus</b> Le coût d'un déminage avec la loi uniforme	460
Fiche 135 Lois exponentielles	461
Fiche 136 Lois normales (ou gaussiennes)	465
Fiche 137 Couples de variables aléatoires réelles	472

Fiche 138	Quelques résultats concernant la somme de variables aléatoires continues	475
Fiche 139	Lois Gamma	480
<b>Focus</b>	Dans l'attente d'un $n^{\text{ième}}$ client	487
<b>Exercices d'entraînement</b>		489
<b>Annexes</b>	Formulaire de trigonométrie	493
	Dérivées usuelles	495
	Dérivées des fonctions réciproques usuelles	496
	Primitives usuelles	497
	Limites usuelles des fonctions puissances	498
	Rang d'une matrice	499
<b>Bibliographie</b>		500
<b>Index</b>		502



Claire David  
Sami Mustapha  
Frederi Viens  
Nathalie Capron

# MATHÉMATIQUES

pour les SCIENCES de la VIE

## TOUT LE COURS EN FICHES

Licence • Prépas • CAPES

Cet ouvrage fait la synthèse en 140 fiches des résultats et définitions essentiels enseignés en Licences de Sciences de la Vie ou de la Terre. Il intéressera également les élèves en classes préparatoires à la recherche d'un outil de révision concis et efficace.

La présentation est adaptée aux besoins des étudiants préparant un examen ou un concours : fiches synthétiques pour aller à l'essentiel, exemples et exercices d'entraînement dont les corrigés détaillés sont disponibles sur le site [dunod.com](http://dunod.com).

### LES +

- 140 fiches synthétiques pour assimiler l'essentiel.
- Plus de 200 exercices et exemples d'application.
- Des « focus » pour découvrir les aspects historiques des mathématiques et leurs applications en sciences de la vie.
- Les corrigés des exercices en accès réservé sur le site [dunod.com](http://dunod.com).

### Public :

- Étudiants en Licences de Sciences de la Vie ou de la Terre
- Élèves en classes préparatoires scientifiques
- Candidats au CAPES de Mathématiques

### Sommaire

**Calculus** : limites, fonctions, développements limités, équations différentielles...

• **Algèbre et géométrie** : nombres complexes, matrices, transformations linéaires, espace  $\mathbb{R}^n$ , espace vectoriel... • **Probabilités** : analyse combinatoire, probabilités discrètes, espaces probabilisés...



9 782100 599776

6225171

ISBN 978-2-10-059977-6

Retrouvez sur [dunod.com](http://dunod.com) sur la page de présentation de l'ouvrage, les corrigés détaillés des exercices.

RESSOURCES



NUMÉRIQUES



CLAIRE DAVID

Maître de conférences à l'UPMC, Paris.

SAMI MUSTAPHA


Professeur à l'UPMC, Paris.

FREDERI VIENS

Professeur à Purdue University (États-Unis).

NATHALIE CAPRON

Maître de conférences en chimie à l'UPMC, Paris.

  
**DUNOD**  
[dunod.com](http://dunod.com)