

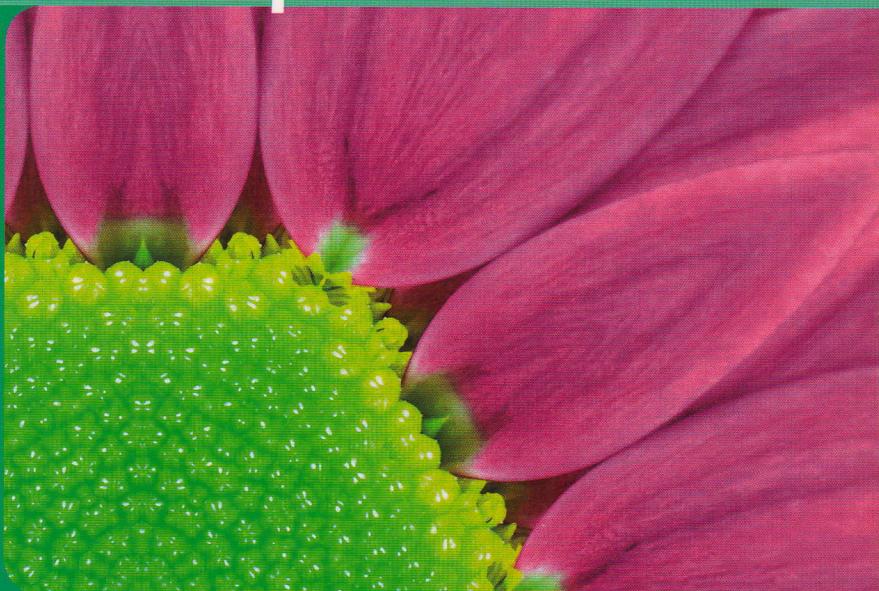
Claire David
Sami Mustapha
Frederi Viens
Nathalie Capron

MATHÉMATIQUES pour les SCIENCES de la VIE

TOUT LE COURS EN FICHES

Licence • Prépas • CAPES

- 140 Fiches de cours
- 200 exercices corrigés et exemples d'application



DUNOD

Table des matières

Avant-propos

Comment utiliser cet ouvrage ?

Partie 1 Calculus

Nombres réels

Fiche 1	Les ensembles de nombres	2
Fiche 2	Intervalles, voisinages, bornes	6
Limites		8
Fiche 3	Limite d'une fonction en un point	8
Fiche 4	Limite d'une fonction en $+\infty$ ou $-\infty$	12
Fiche 5	Propriétés des limites – Opérations sur les limites	14
Fiche 6	Notations de Landau	16

Fonctions numériques

Fiche 7	Domaine de définition d'une fonction, graphe	18
Focus	<i>La construction de l'ensemble des réels : les coupures de Dedekind</i>	21
Fiche 8	Comment définir une fonction ?	22
Fiche 9	Majorations et minorations	24
Fiche 10	Fonctions monotones	26
Fiche 11	Parité, imparité	28
Fiche 12	Symétries	30
Fiche 13	Fonctions périodiques	32

Fonctions usuelles

Fiche 14	Fonctions puissances entières	33
Fiche 15	Fonctions polynômes et fonction valeur absolue	35
Focus	<i>John Napier et les tables logarithmiques</i>	38
Fiche 16	La fonction logarithme népérien	39
Fiche 17	La fonction exponentielle	41
Fiche 18	Fonctions puissances « non entières »	43
Focus	<i>Leibniz et la fonction exponentielle</i>	44
Fiche 19	Fonctions circulaires	45
Fiche 20	Fonctions hyperboliques	47

Focus	<i>L'origine de la trigonométrie</i>	49
Continuité		51

Fiche 21	Continuité d'une fonction en un point	51
Fiche 22	Fonctions continues sur un intervalle	55

Dérivabilité		58
Fiche 23	Dérivabilité en un point	58

Fiche 24	Dérivabilité sur un intervalle	61
Fiche 25	Dérivées successives	65
Fiche 26	Théorème des accroissements finis et théorème de Rolle	67
Fiche 27	Formule de Taylor-Lagrange	71
Fonctions réciproques		72
Fiche 28	Fonctions réciproques	72
Fiche 29	Les fonctions trigonométriques inverses	75
Fiche 30	Les fonctions hyperboliques inverses	79
Développements limités		81
Fiche 31	Développements limités	81
Fiche 32	Formule de Taylor-Young	84
Fiche 33	Développements limités usuels	89
Fiche 34	Opérations algébriques et composition des développements limités	92
Développements asymptotiques		95
Fiche 35	Développements asymptotiques	95
Convexité		96
Fiche 36	Convexité	96
Équations différentielles linéaires du 1^{er} ordre		100
Fiche 37	Équations différentielles linéaires du 1 ^{er} ordre homogènes	100
Fiche 38	Équations différentielles linéaires du 1 ^{er} ordre avec second membre	103
Suites		111
Fiche 39	Qu'est-ce qu'une suite ?	111
Fiche 40	Les différents types de suites	114
Focus	<i>Suites arithmético-géométriques et finance</i>	119
Fiche 41	Étude d'une suite	120
Fiche 42	Majorants, minorants d'une suite réelle Croissance et décroissance	123
Fiche 43	Techniques d'étude des suites réelles	125
Fiche 44	Convergence	127
Fiche 45	Convergence des suites monotones	130
Fiche 46	Opérations sur les limites de suites	132
Fiche 47	Convergence des suites homographiques réelles	135
Fiche 48	Suites extraites	140
Fiche 49	Suites de Cauchy	142
Fiche 50	Comparaison des suites réelles	144
Focus	<i>Suites et systèmes dynamiques – L'attracteur de Hénon</i>	148
Séries		149
Fiche 51	Séries	149
Fiche 52	Quelques séries remarquables	151
Fiche 53	Critères de convergence pour les séries à termes positifs	153

Intégrales		155
Fiche 54	Qu'est-ce qu'une intégrale ?	155
Fiche 55	Intégrale d'une fonction en escaliers	157
Fiche 56	Intégrale d'une fonction continue par morceaux	162
Fiche 57	Calcul intégral	168
Fiche 58	Primitives de fractions rationnelles	174
Fiche 59	Calcul approché d'intégrales	176
Focus	<i>Intégrale de Riemann vs intégrale de Lebesgue</i>	183
Fiche 60	Intégrales généralisées	185
Fiche 61	Intégrales doubles sur un pavé du plan \mathbb{R}^2	193
Exercices d'entraînement		195

Partie 2 Algèbre

Le plan complexe – Les nombres complexes		206
Fiche 62	Le corps des nombres complexes	206
Focus	<i>Les nombres complexes</i>	209
Fiche 63	Représentation géométrique des nombres complexes	211
Fiche 64	Inversion des nombres complexes	214
Fiche 65	Propriétés fondamentales des nombres complexes	216
Fiche 66	Complément : les polynômes de Tchebychev	218
Fiche 67	Racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité, racines $n^{\text{ièmes}}$ complexes	221
Fiche 68	Factorisation des polynômes dans le corps \mathbb{C}	224
Fiche 69	Fractions rationnelles et décomposition en éléments simples	229
Fiche 70	Transformations du plan : translations, homothéties	240
Fiche 71	Transformations du plan : rotations	242
Fiche 72	Transformations du plan : similitudes	244
Focus	<i>Transformations complexes, fractales, et représentations de la nature</i>	248
Focus	<i>L'origine des matrices</i>	250
Matrices		252
Fiche 73	Matrices de taille 2×2	252
Fiche 74	Déterminant de matrices de taille 2×2	254
Fiche 75	Matrices de taille 3×3	256
Fiche 76	Déterminant de matrices de taille 3×3	259
Fiche 77	Matrices de taille $m \times n$	262
Fiche 78	Opérations sur les matrices	264
Fiche 79	Matrices remarquables	266
Fiche 80	Introduction aux déterminants de matrices de taille $n \times n$	270
Fiche 81	Inversion des matrices carrées	272
Focus	<i>Les matrices et leurs applications</i>	276
Fiche 82	Systèmes linéaires	278

Focus	<i>Matrices, systèmes linéaires et chimie</i>	281
Fiche 83	Vecteurs	282
Fiche 84	Barycentres	286
Fiche 85	Droites, plans	290
Fiche 86	Produit scalaire	293
Focus	<i>Produit scalaire, espaces fonctionnels et calcul numérique</i>	297
Fiche 87	Produit vectoriel	298
Fiche 88	Aires et volumes	300
Focus	<i>Géométrie euclidienne – ou non ? Encore des matrices !</i>	302
Transformations linéaires du plan		304
Fiche 89	Bases et transformations linéaires du plan	304
Fiche 90	Changement de base en dimension 2, et déterminant d'une application linéaire	308
Fiche 91	Conjugaison – Matrices semblables de taille 2×2	310
Fiche 92	Opérateurs orthogonaux en dimension 2	312
Fiche 93	Rotations vectorielles du plan	314
Transformations linéaires de l'espace		317
Fiche 94	Bases de l'espace \mathbb{R}^3	317
Fiche 95	Transformations linéaires de l'espace \mathbb{R}^3	318
Fiche 96	Changement de base en dimension 3	322
Fiche 97	Conjugaison – Matrices semblables de taille 3×3	324
Fiche 98	Opérateurs orthogonaux de l'espace \mathbb{R}^3	326
Fiche 99	Rotations vectorielles de l'espace \mathbb{R}^3	328
L'espace \mathbb{R}^n		330
Fiche 100	Vecteurs en dimension n , $n \geq 2$	330
Fiche 101	Espace engendré par une famille de vecteurs Sous-espaces vectoriels de \mathbb{R}^n	332
Fiche 102	Transformations linéaires de l'espace \mathbb{R}^n	335
Fiche 103	Changement de base	339
Fiche 104	Conjugaison – Matrices semblables de taille $n \times n$	341
Fiche 105	Réduction des matrices carrées	343
Focus	<i>Groupe spécial orthogonal et cristallographie</i>	347
Focus	<i>Diagonalisation – La toupie de Lagrange (et de Michèle Audin)</i>	349
Espaces vectoriels		350
Fiche 106	Les espaces vectoriels	350
Fiche 107	Sous-espaces vectoriels	354
Fiche 108	Somme de sous-espaces vectoriels	356
Fiche 109	Projecteurs, symétries	357
Exercices d'entraînement		359

Partie 3

Probabilités

Analyse Combinatoire	
Fiche 110 Factorielle	368
Fiche 111 Arrangements	368
Fiche 112 Combinaisons	370
Espaces probabilisés	
Fiche 113 Espaces probabilisés	376
Focus <i>Les jeux de hasard</i>	380
Focus <i>Lancer de dés</i>	382
Fiche 114 Conditionnement	384
Fiche 115 Indépendance	388
Probabilités discrètes	
Fiche 116 Variable aléatoire discrète et loi associée	389
Fiche 117 Fonction de répartition	392
Fiche 118 La loi de Bernoulli, de paramètre $p \in [0, 1]$	394
Fiche 119 La loi uniforme (sur un ensemble de réels)	396
Fiche 120 La loi binomiale	397
Fiche 121 La loi géométrique	400
Fiche 122 La loi binomiale négative	404
Focus <i>Les tortues des Galápagos</i>	406
Fiche 123 La loi hypergéométrique	409
Fiche 124 La loi de Poisson	412
Fiche 125 Somme de variables aléatoires discrètes	416
Fiche 126 Espérance	419
Fiche 127 Moment d'ordre r , $r \in \mathbb{N}^*$, d'une variable aléatoire discrète	425
Focus <i>Application de l'inégalité de Markov</i>	427
Focus <i>Variations de température</i>	429
Fiche 128 Variance, écart-type	431
Focus <i>Inégalité de Tchebychev et concentration de mesure</i>	439
Fiche 129 Covariance	440
Fiche 130 Couples de variables aléatoires discrètes	445
Fiche 131 Un théorème limite pour les variables aléatoires discrètes : la loi des grands nombres	447
Probabilités continues	
Fiche 132 Du discret au continu : variables aléatoires continues	449
Fiche 133 Variables à densité	450
Fiche 134 Lois uniformes	457
Focus <i>Le coût d'un déminage avec la loi uniforme</i>	460
Fiche 135 Lois exponentielles	461
Fiche 136 Lois normales (ou gaussiennes)	465
Fiche 137 Couples de variables aléatoires réelles	472

Fiche 138	Quelques résultats concernant la somme de variables aléatoires continues	475
Fiche 139	Lois Gamma	480
Focus	<i>Dans l'attente d'un $n^{\text{ème}}$ client</i>	487
Exercices d'entraînement		489
Annexes	Formulaire de trigonométrie	493
	Dérivées usuelles	495
	Dérivées des fonctions réciproques usuelles	496
	Primitives usuelles	497
	Limites usuelles des fonctions puissances	498
	Rang d'une matrice	499
Bibliographie	Document de base en dimension 2	500
Index	Matrice et déterminant d'une application linéaire	502

Claire David
Sami Mustapha
Frederi Viens
Nathalie Capron

MATHÉMATIQUES pour les SCIENCES de la VIE

TOUT LE COURS EN FICHES

Licence • Prépas • CAPES

Cet ouvrage fait la synthèse en 140 fiches des résultats et définitions essentiels enseignés en Licences de Sciences de la Vie ou de la Terre. Il intéressera également les élèves en classes préparatoires à la recherche d'un outil de révision concis et efficace.

La présentation est adaptée aux besoins des étudiants préparant un examen ou un concours : fiches synthétiques pour aller à l'essentiel, exemples et exercices d'entraînement dont les corrigés détaillés sont disponibles sur le site dunod.com.

LES +

- 140 fiches synthétiques pour assimiler l'essentiel.
- Plus de 200 exercices et exemples d'application.
- Des « focus » pour découvrir les aspects historiques des mathématiques et leurs applications en sciences de la vie.
- Les corrigés des exercices en accès réservé sur le site dunod.com.

Public :

- Étudiants en Licences de Sciences de la Vie ou de la Terre
- Élèves en classes préparatoires scientifiques
- Candidats au CAPES de Mathématiques

Sommaire

Calculus : limites, fonctions, développements limités, équations différentielles...
• **Algèbre et géométrie** : nombres complexes, matrices, transformations linéaires, espace \mathbb{R}^n , espace vectoriel... • **Probabilités** : analyse combinatoire, probabilités discrètes, espaces probabilisés...



9 782100 599776

6225171

ISBN 978-2-10-059977-6

Retrouvez sur dunod.com sur la page de présentation de l'ouvrage, les corrigés détaillés des exercices.

RESSOURCES



NUMÉRIQUES



DUNOD

dunod.com