

f'intégrer



Sous la direction de
Christian Gautier
André Warusfel
Bruno Caminade
Hélène Fontaine
Serge Nicolas

MATHÉMATIQUES

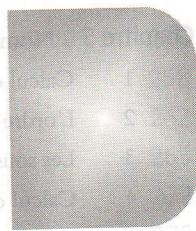
TOUT-EN-UN · ECS I^{re} année

NOUVELLE
ÉDITION

- Un cours complet
- De nombreux exercices et problèmes
- Toutes les solutions détaillées en fin d'ouvrage

PRÉPAS COMMERCIALES

DUNOD

**Chapitre 12 Matrices**

- 87 1 Définitions
88 2 Espaces vectoriels
89 3 Produit de matrices
90 4 Matrices inversibles
91 5 Rang d'une matrice
92 6 Transposition

Chapitre 13 Systèmes linéaires

- 101 1 Opérations élémentaires sur les matrices
102 2 Résolution des systèmes linéaires

Chapitre 14 Réduction

- 103 1 Changement de bases
104 2 Réduction d'un endomorphisme

Preface Rédaction d'une matrice**1 Algèbre, Combinatoire et Informatique****Chapitre 1 Raisonner, résoudre et rédiger**

- 1 Théorie mathématique
2 Raisonner
3 Démontrer
4 Résoudre et rédiger

Chapitre 2 Notion d'algorithme

- 1 Définition d'un algorithme
2 Structure d'un algorithme
3 Branchement procédural
4 Un exemple d'algorithme à instructions multiples

Chapitre 3 Programmation

- 1 Les instructions au programme de la classe
2 Les variables en Pascal
3 La structure d'un programme Pascal
4 Les branchements procéduraux
5 En guise de conclusion

Chapitre 4 Ensembles et applications

- 1 Ensembles et sous-ensembles
2 Applications

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 5	Nombres réels et calcul élémentaire	78
1	Calcul dans \mathbb{R}	78
2	L'ordre dans \mathbb{R}	90
3	Les sous-ensembles remarquables de \mathbb{R}	96
4	Calcul de sommes	104
Chapitre 6	Nombres complexes	117
1	Définitions, règles de calcul	117
2	Interprétation graphique, formules de trigonométrie	123
3	Équations dans \mathbb{C}	131
Chapitre 7	Polynômes réels ou complexes	141
1	Définitions	141
2	L'ensemble $\mathbb{K}[X]$	152
3	Division, factorisation	156
4	Dérivation	162
5	Compléments	164
Chapitre 8	Cardinaux, dénombrement	171
1	Cardinaux	171
2	Applications entre ensembles finis	179
3	Coefficients binomiaux	181
4	Problèmes de dénombrement	189
2	Algèbre linéaire	199
Chapitre 9	Espaces vectoriels	201
1	Espaces, sous-espaces	201
2	Famille de vecteurs	209
3	Somme de sous-espaces	218
Chapitre 10	Applications linéaires	225
1	Premières propriétés	225
2	Image d'une famille de vecteurs	232
3	Projecteurs et symétries	234
Chapitre 11	Espaces vectoriels de dimension finie	242
1	Espaces de dimension finie	242
2	Sous-espaces d'un espace de dimension finie	246
3	Rang	251

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 12	Matrices	
1	Définitions	258
2	Espace vectoriel $M_{n,p}(\mathbb{K})$	258
3	Produit de matrices	262
4	Matrices inverses	265
5	Rang d'une matrice	272
6	Transposition	275
		277
		283
Chapitre 13	Systèmes linéaires	
1	Opérations élémentaires sur les matrices	283
2	Résolution des systèmes linéaires	289
		297
Chapitre 14	Réduction	
1	Changement de bases	297
2	Réduction d'un endomorphisme	301
3	Réduction d'une matrice	304
4	Pratique de la réduction	307
5	Applications de la réduction	310
		319
3	Analyse	
Chapitre 15	Suites et nombres réels	
1	Définitions	321
2	Convergence et divergence	321
3	Propriétés des limites	322
4	Suites adjacentes	326
5	Borne supérieure ou inférieure d'une partie de \mathbb{R}	331
6	Partie entière, approximation décimale	334
		338
Chapitre 16	Limites d'une fonction	
1	Définition, propriétés	343
2	Limites et opérations	343
3	Propriétés liées à l'ordre	349
4	Fonctions monotones et limites	356
		357
Chapitre 17	Exemples d'études de suites	
1	Suites récurrentes	363
2	Suites arithmético-géométriques	363
3	Suites vérifiant une relation $u_{n+1} = f(u_n)$	366
4	Réurrences linéaires d'ordre 2	371

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 18	Relations de comparaison	378
1	Relations de comparaison entre suites	378
2	Relations de comparaison entre fonctions	382
Chapitre 19	Continuité sur un intervalle	394
1	Fonctions continues sur un intervalle	394
2	Théorème des valeurs intermédiaires	395
3	Image d'un segment par une fonction continue	396
4	Fonctions continues strictement monotones sur un intervalle	397
Chapitre 20	Dérivation	405
1	Dérivabilité en x_0	405
2	Calcul des dérivées	411
3	Théorème de Rolle et accroissements finis	416
4	Dérivation et sens de variation	420
5	Dérivées successives	422
6	Convexité	426
Chapitre 21	Intégration	438
1	Intégrale d'une fonction en escalier	438
2	Intégrale des fonctions continues et continues par morceaux	443
3	Propriétés de l'intégrale d'une fonction continue par morceaux	449
4	Sommes de Riemann	454
Chapitre 22	Primitives et intégrales	463
1	Primitives	463
2	Primitivation d'une fonction continue	465
3	Méthodes de calcul des intégrales des fonctions continues	470
Chapitre 23	Formules de Taylor	476
1	Formule de Taylor avec reste intégral	476
2	Formule de Taylor-Lagrange	478
3	Formule de Taylor-Young	480
Chapitre 24	Développements limités	486
1	Définitions, propriétés	486
2	Développements limités des fonctions usuelles	489
3	Opérations sur les développements limités	493
4	Applications des développements limités	498

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 25	Séries	507
1	Définitions, propriétés	507
2	Séries à termes positifs	512
3	Séries à termes de signe quelconque	518
4	Calcul de sommes	522
5	Dérivées de la série géométrique	522
Chapitre 26	Éléments de topologie du plan	528
1	Rappels sur \mathbb{R}^2	528
2	Norme et distance euclidienne	531
3	Parties ouvertes, parties fermées	535
4	Parties convexes	538
Chapitre 27	Fonctions de deux variables, continuité	543
1	Graphe d'une fonction	543
2	Continuité d'une fonction de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}	547
3	Opérations sur les fonctions continues	550
4	Propriétés des fonctions continues	555
Chapitre 28	Fonctions de deux variables, calcul différentiel	560
1	Dérivées partielles d'ordre 1	560
2	Fonctions de classe C^1	565
4	Probabilités - Statistiques	573
Chapitre 29	Espaces probabilisés	575
1	Espaces probabilisables	575
2	Lois de probabilité	593
3	Les probabilités conditionnelles	613
Chapitre 30	Variables aléatoires réelles discrètes	635
1	Une fonction liée à une expérience aléatoire : la variable aléatoire	635
2	Les moments d'une variable aléatoire	659
3	Les lois usuelles	675
Chapitre 31	Couples de variables aléatoires réelles discrètes	695
1	Vecteur aléatoire	695
2	La covariance	724
3	Convergence et approximations	736

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 32	Statistique descriptive	
1	Populations et échantillons	743
2	Caractères	744
3	Séries statistiques	745
4	Représentations graphiques d'une série	751
5	Caractéristiques de position	758
6	Caractéristiques de dispersion	764
Solution des exercices		
	Chapitre 4	772
	Chapitre 5	774
	Chapitre 6	779
	Chapitre 7	783
	Chapitre 8	793
	Chapitre 9	799
	Chapitre 10	806
	Chapitre 11	814
	Chapitre 12	823
	Chapitre 13	833
	Chapitre 14	840
	Chapitre 15	860
	Chapitre 16	869
	Chapitre 17	876
	Chapitre 18	886
	Chapitre 19	892
	Chapitre 20	901
	Chapitre 21	912
	Chapitre 22	923
	Chapitre 23	933
	Chapitre 24	943
	Chapitre 25	958
	Chapitre 26	971
	Chapitre 27	979
	Chapitre 28	985
	Chapitre 29	994
	Chapitre 30	1004
	Chapitre 31	1016
Index		1026

*Sous la direction de Christian Gautier et André Warusfel
Bruno Caminade • Hélène Fontaine • Serge Nicolas*

MATHÉMATIQUES TOUT-EN-UN • ECS 1^{re} ANNÉE Cours et exercices corrigés

Cet ouvrage couvre en un seul volume la totalité des programmes de mathématiques de la 1^{re} année des classes préparatoires économiques et commerciales. Il concerne principalement la filière scientifique, mais pourra être également utilisé avec profit par les élèves de la filière économique, ainsi que par les élèves des classes préparatoires BCPST et B/L.

Dans cette 2^e édition revue et corrigée, tous les corrigés des exercices sont présents en fin d'ouvrage.

Conçu comme ouvrage de référence, ce livre propose à son lecteur une vision globale du cours dans le strict respect des programmes. Il se compose de 32 chapitres s'articulant autour de quatre grands thèmes :

- Algèbre, Combinatoire et Informatique
- Algèbre linéaire
- Analyse
- Probabilités, Statistique

De nombreux exercices et problèmes complètent le cours, ce qui permet au futur candidat de s'entraîner efficacement dans l'optique des concours.

CHRISTIAN GAUTIER
ancien élève de l'École normale supérieure de Saint-Cloud, est professeur au lycée La Bruyère à Versailles.

ANDRÉ WARUSFEL
ancien élève de l'École normale supérieure de la rue d'Ulm, a été professeur de Mathématiques Spéciales au lycée Louis-le-Grand à Paris et Inspecteur général de mathématiques.

