

l'intégrale



Sous la direction de
Christian Gautier
André Warusfel

Bruno Caminade
Hélène Fontaine
Serge Nicolas

MATHÉMATIQUES

TOUT-EN-UN • ECS I^{re} année

**NOUVELLE
ÉDITION**

- ▶ Un cours complet
- ▶ De nombreux exercices et problèmes
- ▶ Toutes les solutions détaillées en fin d'ouvrage

PRÉPAS COMMERCIALES

DUNOD

Table des matières

1 Algèbre, Combinatoire et Informatique

Chapitre 1 Raisonner, résoudre et rédiger

- 1 Théorie mathématique
- 2 Raisonner
- 3 Démontrer
- 4 Résoudre et rédiger

Chapitre 2 Notion d'algorithme

- 1 Définition d'un algorithme
- 2 Structure d'un algorithme
- 3 Branchement procédural
- 4 Un exemple d'algorithme à instructions multiples

Chapitre 3 Programmation

- 1 Les instructions au programme de la classe
- 2 Les variables en Pascal
- 3 La structure d'un programme Pascal
- 4 Les branchements procéduraux
- 5 En guise de conclusion

Chapitre 4 Ensembles et applications

- 1 Ensembles et sous-ensembles
- 2 Applications

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 5	Nombres réels et calcul élémentaire	78
1	Calcul dans \mathbb{R}	78
2	L'ordre dans \mathbb{R}	90
3	Les sous-ensembles remarquables de \mathbb{R}	96
4	Calcul de sommes	104
Chapitre 6	Nombres complexes	117
1	Définitions, règles de calcul	117
2	Interprétation graphique, formules de trigonométrie	123
3	Équations dans \mathbb{C}	131
Chapitre 7	Polynômes réels ou complexes	141
1	Définitions	141
2	L'ensemble $\mathbb{K}[X]$	152
3	Division, factorisation	156
4	Dérivation	162
5	Compléments	164
Chapitre 8	Cardinaux, dénombrement	171
1	Cardinaux	171
2	Applications entre ensembles finis	179
3	Coefficients binomiaux	181
4	Problèmes de dénombrement	189
2	Algèbre linéaire	199
Chapitre 9	Espaces vectoriels	201
1	Espaces, sous-espaces	201
2	Famille de vecteurs	209
3	Somme de sous-espaces	218
Chapitre 10	Applications linéaires	225
1	Premières propriétés	225
2	Image d'une famille de vecteurs	232
3	Projecteurs et symétries	234
Chapitre 11	Espaces vectoriels de dimension finie	242
1	Espaces de dimension finie	242
2	Sous-espaces d'un espace de dimension finie	246
3	Rang	251

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 12	Matrices	258
1	Définitions	258
2	Espace vectoriel $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$	262
3	Produit de matrices	265
4	Matrices inversibles	272
5	Rang d'une matrice	275
6	Transposition	277
Chapitre 13	Systèmes linéaires	283
1	Opérations élémentaires sur les matrices	283
2	Résolution des systèmes linéaires	289
Chapitre 14	Réduction	297
1	Changement de bases	297
2	Réduction d'un endomorphisme	301
3	Réduction d'une matrice	304
4	Pratique de la réduction	307
5	Applications de la réduction	310
3	Analyse	319
Chapitre 15	Suites et nombres réels	321
1	Définitions	321
2	Convergence et divergence	322
3	Propriétés des limites	326
4	Suites adjacentes	331
5	Borne supérieure ou inférieure d'une partie de \mathbb{R}	334
6	Partie entière, approximation décimale	338
Chapitre 16	Limites d'une fonction	343
1	Définition, propriétés	343
2	Limites et opérations	349
3	Propriétés liées à l'ordre	356
4	Fonctions monotones et limites	357
Chapitre 17	Exemples d'études de suites	363
1	Suites récurrentes	363
2	Suites arithmético-géométriques	366
3	Suites vérifiant une relation $u_{n+1} = f(u_n)$	366
4	Réurrences linéaires d'ordre 2	371

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 18	Relations de comparaison	378
1	Relations de comparaison entre suites	378
2	Relations de comparaison entre fonctions	382
Chapitre 19	Continuité sur un intervalle	394
1	Fonctions continues sur un intervalle	394
2	Théorème des valeurs intermédiaires	395
3	Image d'un segment par une fonction continue	396
4	Fonctions continues strictement monotones sur un intervalle	397
Chapitre 20	Dérivation	405
1	Dérivabilité en x_0	405
2	Calcul des dérivées	411
3	Théorème de Rolle et accroissements finis	416
4	Dérivation et sens de variation	420
5	Dérivées successives	422
6	Convexité	426
Chapitre 21	Intégration	438
1	Intégrale d'une fonction en escalier	438
2	Intégrale des fonctions continues et continues par morceaux	443
3	Propriétés de l'intégrale d'une fonction continue par morceaux	449
4	Sommes de Riemann	454
Chapitre 22	Primitives et intégrales	463
1	Primitives	463
2	Primitivation d'une fonction continue	465
3	Méthodes de calcul des intégrales des fonctions continues	470
Chapitre 23	Formules de Taylor	476
1	Formule de Taylor avec reste intégral	476
2	Formule de Taylor-Lagrange	478
3	Formule de Taylor-Young	480
Chapitre 24	Développements limités	486
1	Définitions, propriétés	486
2	Développements limités des fonctions usuelles	489
3	Opérations sur les développements limités	493
4	Applications des développements limités	498

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 25 Séries

- 1 Définitions, propriétés
- 2 Séries à termes positifs
- 3 Séries à termes de signe quelconque
- 4 Calcul de sommes
- 5 Dérivées de la série géométrique

Chapitre 26 Éléments de topologie du plan

- 1 Rappels sur \mathbb{R}^2
- 2 Norme et distance euclidienne
- 3 Parties ouvertes, parties fermées
- 4 Parties convexes

Chapitre 27 Fonctions de deux variables, continuité

- 1 Graphe d'une fonction
- 2 Continuité d'une fonction de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}
- 3 Opérations sur les fonctions continues
- 4 Propriétés des fonctions continues

Chapitre 28 Fonctions de deux variables, calcul différentiel

- 1 Dérivées partielles d'ordre 1
- 2 Fonctions de classe C^1

4 Probabilités - Statistiques

Chapitre 29 Espaces probabilisés

- 1 Espaces probabilisables
- 2 Loïs de probabilité
- 3 Les probabilités conditionnelles

Chapitre 30 Variables aléatoires réelles discrètes

- 1 Une fonction liée à une expérience aléatoire : la variable aléatoire
- 2 Les moments d'une variable aléatoire
- 3 Les lois usuelles

Chapitre 31 Couples de variables aléatoires réelles discrètes

- 1 Vecteur aléatoire
- 2 La covariance
- 3 Convergence et approximations

Préface	507
Chapitre 25	507
Chapitre 26	518
Chapitre 27	522
Chapitre 28	522
Chapitre 29	528
Chapitre 30	528
Chapitre 31	531
Chapitre 32	535
Chapitre 33	538
Chapitre 34	543
Chapitre 35	543
Chapitre 36	547
Chapitre 37	550
Chapitre 38	555
Chapitre 39	560
Chapitre 40	560
Chapitre 41	565
Chapitre 42	573
Chapitre 43	575
Chapitre 44	575
Chapitre 45	593
Chapitre 46	613
Chapitre 47	635
Chapitre 48	635
Chapitre 49	659
Chapitre 50	675
Chapitre 51	695
Chapitre 52	695
Chapitre 53	724
Chapitre 54	736

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 32	Statistique descriptive	743
1	Populations et échantillons	743
2	Caractères	744
3	Séries statistiques	745
4	Représentations graphiques d'une série	751
5	Caractéristiques de position	758
6	Caractéristiques de dispersion	764
Solution des exercices		772
Chapitre 4		774
Chapitre 5		779
Chapitre 6		783
Chapitre 7		788
Chapitre 8		793
Chapitre 9		799
Chapitre 10		806
Chapitre 11		814
Chapitre 12		823
Chapitre 13		833
Chapitre 14		840
Chapitre 15		860
Chapitre 16		869
Chapitre 17		876
Chapitre 18		886
Chapitre 19		892
Chapitre 20		901
Chapitre 21		912
Chapitre 22		923
Chapitre 23		933
Chapitre 24		943
Chapitre 25		958
Chapitre 26		971
Chapitre 27		979
Chapitre 28		985
Chapitre 29		994
Chapitre 30		1004
Chapitre 31		1016
Index		1026

Sous la direction de Christian Gautier et André Warusfel
Bruno Caminade • Hélène Fontaine • Serge Nicolas

MATHÉMATIQUES

TOUT-EN-UN • ECS 1^{re} ANNÉE

Cours et exercices corrigés

Cet ouvrage couvre en un seul volume la totalité des programmes de mathématiques de la 1^{re} année des classes préparatoires économiques et commerciales. Il concerne principalement la filière scientifique, mais pourra être également utilisé avec profit par les élèves de la filière économique, ainsi que par les élèves des classes préparatoires BCPST et B/L.

Dans cette 2^e édition revue et corrigée, tous les corrigés des exercices sont présents en fin d'ouvrage.

Conçu comme ouvrage de référence, ce livre propose à son lecteur une vision globale du cours dans le strict respect des programmes. Il se compose de 32 chapitres s'articulant autour de quatre grands thèmes :

- Algèbre, Combinatoire et Informatique
- Algèbre linéaire
- Analyse
- Probabilités, Statistique

De nombreux exercices et problèmes complètent le cours, ce qui permet au futur candidat de s'entraîner efficacement dans l'optique des concours.

CHRISTIAN GAUTIER

ancien élève de l'École normale supérieure de Saint-Cloud, est professeur au lycée La Bruyère à Versailles.

ANDRÉ WARUSFEL

ancien élève de l'École normale supérieure de la rue d'Ulm, a été professeur de Mathématiques Spéciales au lycée Louis-le-Grand à Paris et Inspecteur général de mathématiques.

MATHÉMATIQUES

PHYSIQUE

CHIMIE

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

INFORMATIQUE

