

l'intègre

Sous la direction de :
Christian Gautier
André Warusfel

Bruno Caminade
Hélène Fontaine
Serge Nicolas

MATHÉMATIQUES

TOUT – EN – UN

ECS 1^{re} année

Le cours de référence

- Toutes les notions du programme
- 320 exercices et problèmes
- Tous les corrigés détaillés

2^e édition



**Avec ce livre,
des exercices de colles
corrigés en complément
sur le web**

DUNOD

Table des matières

Préface

1 Algèbre, Combinatoire et Informatique

Chapitre 1 Raisonner, résoudre et rédiger

- 1 Théorie mathématique
- 2 Raisonner
- 3 Démontrer
- 4 Résoudre et rédiger

Chapitre 2 Notion d'algorithme

- 1 Définition d'un algorithme
- 2 Structure d'un algorithme
- 3 Branchement procédural
- 4 Un exemple d'algorithme à instructions multiples

Chapitre 3 Programmation

- 1 Les instructions au programme de la classe
- 2 Les variables en Pascal
- 3 La structure d'un programme Pascal
- 4 Les branchements procéduraux
- 5 En guise de conclusion

Chapitre 4 Ensembles et applications

- 1 Ensembles et sous-ensembles
- 2 Applications

1

3

3

5

6

8

12

12

14

23

26

28

29

35

43

45

55

56

56

66

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 5 Nombres réels et calcul élémentaire

1	Calcul dans \mathbb{R}	78
2	L'ordre dans \mathbb{R}	78
3	Les sous-ensembles remarquables de \mathbb{R}	90
4	Calcul de sommes	96
		104

Chapitre 6 Nombres complexes

1	Définitions, règles de calcul	117
2	Interprétation graphique, formules de trigonométrie	117
3	Équations dans \mathbb{C}	123
		131

Chapitre 7 Polynômes réels ou complexes

1	Définitions	141
2	L'ensemble $\mathbb{K}[X]$	141
3	Division, factorisation	152
4	Dérivation	156
5	Compléments	162
		164

Chapitre 8 Cardinaux, dénombrement

1	Cardinaux	171
2	Applications entre ensembles finis	171
3	Coefficients binomiaux	179
4	Problèmes de dénombrement	181
		189

2 Algèbre linéaire

Chapitre 9 Espaces vectoriels

1	Espaces, sous-espaces	201
2	Famille de vecteurs	201
3	Somme de sous-espaces	209
		218

Chapitre 10 Applications linéaires

1	Premières propriétés	225
2	Image d'une famille de vecteurs	225
3	Projecteurs et symétries	232
		234

Chapitre 11 Espaces vectoriels de dimension finie

1	Espaces de dimension finie	242
2	Sous-espaces d'un espace de dimension finie	242
3	Rang	246
		251

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 12	Matrices	258
1	Définitions	258
2	Espace vectoriel $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$	262
3	Produit de matrices	265
4	Matrices inversibles	272
5	Rang d'une matrice	275
6	Transposition	277
Chapitre 13	Systèmes linéaires	283
1	Opérations élémentaires sur les matrices	283
2	Résolution des systèmes linéaires	289
Chapitre 14	Réduction	297
1	Changement de bases	297
2	Réduction d'un endomorphisme	301
3	Réduction d'une matrice	304
4	Pratique de la réduction	307
5	Applications de la réduction	310
3	Analyse	319
Chapitre 15	Suites et nombres réels	321
1	Définitions	321
2	Convergence et divergence	322
3	Propriétés des limites	326
4	Suites adjacentes	331
5	Borne supérieure ou inférieure d'une partie de \mathbb{R}	334
6	Partie entière, approximation décimale	338
Chapitre 16	Limites d'une fonction	343
1	Définition, propriétés	343
2	Limites et opérations	349
3	Propriétés liées à l'ordre	356
4	Fonctions monotones et limites	357
Chapitre 17	Exemples d'études de suites	363
1	Suites récurrentes	363
2	Suites arithmético-géométriques	366
3	Suites vérifiant une relation $u_{n+1} = f(u_n)$	366
4	Réurrences linéaires d'ordre 2	371

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 18	Relations de comparaison	378
1	Relations de comparaison entre suites	378
2	Relations de comparaison entre fonctions	382
Chapitre 19	Continuité sur un intervalle	394
1	Fonctions continues sur un intervalle	394
2	Théorème des valeurs intermédiaires	395
3	Image d'un segment par une fonction continue	396
4	Fonctions continues strictement monotones sur un intervalle	397
Chapitre 20	Dérivation	405
1	Dérivabilité en x_0	405
2	Calcul des dérivées	411
3	Théorème de Rolle et accroissements finis	416
4	Dérivation et sens de variation	420
5	Dérivées successives	422
6	Convexité	426
Chapitre 21	Intégration	438
1	Intégrale d'une fonction en escalier	438
2	Intégrale des fonctions continues et continues par morceaux	443
3	Propriétés de l'intégrale d'une fonction continue par morceaux	449
4	Sommes de Riemann	454
Chapitre 22	Primitives et intégrales	463
1	Primitives	463
2	Primitivation d'une fonction continue	465
3	Méthodes de calcul des intégrales des fonctions continues	470
Chapitre 23	Formules de Taylor	476
1	Formule de Taylor avec reste intégral	476
2	Formule de Taylor-Lagrange	478
3	Formule de Taylor-Young	480
Chapitre 24	Développements limités	486
1	Définitions, propriétés	486
2	Développements limités des fonctions usuelles	488
3	Opérations sur les développements limités	490
4	Applications des développements limités	496

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 25	Séries	507
1	Définitions, propriétés	507
2	Séries à termes positifs	512
3	Séries à termes de signe quelconque	518
4	Calcul de sommes	522
5	Dérivées de la série géométrique	522
Chapitre 26	Éléments de topologie du plan	528
1	Rappels sur \mathbb{R}^2	528
2	Norme et distance euclidienne	531
3	Parties ouvertes, parties fermées	535
4	Parties convexes	538
Chapitre 27	Fonctions de deux variables, continuité	543
1	Graphes d'une fonction	543
2	Continuité d'une fonction de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}	547
3	Opérations sur les fonctions continues	550
4	Propriétés des fonctions continues	555
Chapitre 28	Fonctions de deux variables, calcul différentiel	560
1	Dérivées partielles d'ordre 1	560
2	Fonctions de classe C^1	565
4	Probabilités - Statistiques	573
Chapitre 29	Espaces probabilisés	575
1	Espaces probabilisables	575
2	Lois de probabilité	593
3	Les probabilités conditionnelles	613
Chapitre 30	Variables aléatoires réelles discrètes	635
1	Une fonction liée à une expérience aléatoire : la variable aléatoire	635
2	Les moments d'une variable aléatoire	659
3	Les lois usuelles	675
Chapitre 31	Couples de variables aléatoires réelles discrètes	695
1	Vecteur aléatoire	695
2	La covariance	724
3	Convergence et approximations	736

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 32	Statistique descriptive	743
1	Populations et échantillons	743
2	Caractères	744
3	Séries statistiques	745
4	Représentations graphiques d'une série	751
5	Caractéristiques de position	758
6	Caractéristiques de dispersion	764
Solution des exercices		772
Chapitre 4		774
Chapitre 5		779
Chapitre 6		783
Chapitre 7		788
Chapitre 8		793
Chapitre 9		799
Chapitre 10		806
Chapitre 11		814
Chapitre 12		823
Chapitre 13		833
Chapitre 14		840
Chapitre 15		860
Chapitre 16		869
Chapitre 17		876
Chapitre 18		886
Chapitre 19		892
Chapitre 20		901
Chapitre 21		912
Chapitre 22		923
Chapitre 23		933
Chapitre 24		943
Chapitre 25		958
Chapitre 26		971
Chapitre 27		979
Chapitre 28		985
Chapitre 29		994
Chapitre 30		1004
Chapitre 31		1016
Index		1026

J'intègre

MATHÉMATIQUES

TOUT - EN - UN

ECS 1^{re} année

2^e édition

Les « Tout-en-un » J'intègre vous proposent le **cours de référence** en classes préparatoires scientifiques, ainsi que de nombreux exercices et problèmes intégralement résolus. Régulièrement mis à jour, ils ont accompagné **des générations d'élèves vers la réussite**.

Un cours complet et conforme au programme

- **Toutes les notions** sont abordées dans le strict respect des programmes.
- **Les démonstrations détaillées, les nombreux exemples et les remarques pédagogiques** vous aident à bien comprendre le cours.

320 exercices et problèmes d'entraînement

- Dans chaque chapitre, **un grand nombre d'exercices et problèmes** pour bien assimiler le cours et vous entraîner.
- Les énoncés sont classés par **difficulté progressive**.
- Les problèmes sont en grande partie **extraits de sujets de concours**.

Tous les corrigés détaillés

- En fin d'ouvrage, vous trouverez **les solutions de tous les exercices et problèmes entièrement rédigés**.

CHRISTIAN GAUTIER

ancien élève de l'École normale supérieure de Saint-Cloud, est professeur au lycée La Bruyère à Versailles.

ANDRÉ WARUSFEL

Ancien élève de l'École Normale Supérieure de la rue d'Ulm, a été professeur de Mathématiques Spéciales MP* au lycée Louis-le-Grand et Inspecteur Général de Mathématiques.



Avec ce livre, vous trouverez sur le site www.dunod.com (sur la page de présentation de l'ouvrage) un programme complet d'exercices de colles, classés par thème du programme et entièrement corrigés.



9 782100 157879

6972244

ISBN 978-2-10-057879-5



DUNOD

dunod.com