

*l'intégrale*

Série E. Ramis  
Claude Deschamps  
André Warusfel

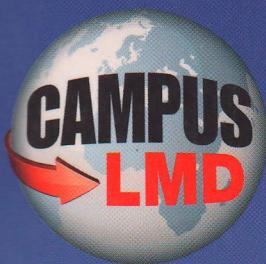
Jean François Ruaud • François Moulin  
Michel Volcker • Claude Lebreton  
Anne Miquel

# MATHÉMATIQUES

## TOUT - EN - UN

MP • MP\*

3<sup>e</sup> édition



### Le cours de référence

- Un cours complet et conforme au programme
- De nombreux exercices et problèmes
- Tous les corrigés détaillés

DUNOD

# Table des matières

<b>12</b>	<b>1.1</b>	Lemme des noeuds . . . . .	1
<b>14</b>	<b>2</b>	Éléments propres et matrices diagonales . . . . .	2
<b>14</b>	<b>2.1</b>	Vecteur propre et matrice diagonale . . . . .	2
<b>14</b>	<b>2.2</b>	Indépendance des sous-espaces vectoriels . . . . .	2
<b>14</b>	<b>2.3</b>	Décomposition canonique d'une application linéaire . . . . .	2
<b>14</b>	<b>2.4</b>	Théorème de Hamilton-Cayley . . . . .	22
<b>15</b>	<b>3</b>	Applications linéaires et structures d'espace . . . . .	23
<b>15</b>	<b>3.1</b>	Endomorphismes diagonalisables . . . . .	24
<b>15</b>	<b>3.2</b>	Applications linéaires . . . . .	124
<b>15</b>	<b>3.3</b>	Définition et caractérisations élémentaires . . . . .	124
<b>15</b>	<b>3.4</b>	Algébrise . . . . .	125
<b>15</b>	<b>3.5</b>	Réduction des endomorphismes diagonalisables . . . . .	125
<b>16</b>	<b>4</b>	Somme et somme directe . . . . .	8
<b>16</b>	<b>4.1</b>	Caractérisation par le polygone . . . . .	8
<b>16</b>	<b>4.2</b>	Somme d'une partie finie d'un espace vectoriel . . . . .	11
<b>16</b>	<b>4.3</b>	Somme directe d'un ensemble . . . . .	13
<b>17</b>	<b>5</b>	Compléments d'algèbre . . . . .	1
<b>18</b>	<b>5.1</b>	Relation d'équivalence sur un ensemble . . . . .	1
<b>18</b>	<b>5.2</b>	Compléments sur les groupes . . . . .	3
<b>18</b>	<b>5.2.1</b>	Groupe produit . . . . .	3
<b>18</b>	<b>5.2.2</b>	Partie génératrice d'un groupe . . . . .	4
<b>18</b>	<b>5.3</b>	Groupe monogène et groupe cyclique . . . . .	7
<b>18</b>	<b>5.3.1</b>	Définitions . . . . .	7
<b>18</b>	<b>5.3.2</b>	Groupe quotient $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . . . . .	8
<b>18</b>	<b>5.3.3</b>	Ordre d'un élément . . . . .	12
<b>18</b>	<b>5.3.4</b>	Structure des groupes monogènes . . . . .	15
<b>18</b>	<b>5.4</b>	Compléments sur les anneaux . . . . .	15
<b>18</b>	<b>5.4.1</b>	Morphisme d'anneaux et anneau produit . . . . .	16
<b>18</b>	<b>5.4.2</b>	Groupe des éléments inversibles . . . . .	17
<b>18</b>	<b>5.4.3</b>	Idéal d'un anneau commutatif . . . . .	17
<b>18</b>	<b>5.4.4</b>	Divisibilité dans un anneau intègre . . . . .	19
<b>18</b>	<b>5.5</b>	Arithmétique de $\mathbb{Z}$ . . . . .	20
<b>18</b>	<b>5.5.1</b>	Idéaux et arithmétique de $\mathbb{Z}$ . . . . .	20
<b>18</b>	<b>5.5.2</b>	Anneau quotient $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . . . . .	22
<b>18</b>	<b>5.5.3</b>	Utilisation de la notion de congruence et des anneaux quotients . . . . .	25
<b>18</b>	<b>5.6</b>	Arithmétique de $\mathbb{K}[X]$ . . . . .	31
<b>18</b>	<b>5.6.1</b>	Structure des idéaux de $\mathbb{K}[X]$ . . . . .	31
<b>18</b>	<b>5.6.2</b>	Applications aux théorèmes de Bézout et Gauss . . . . .	32
<b>18</b>	<b>Exercices</b>	Exercices . . . . .	35

## TABLE DES MATIÈRES

<b>2 Algèbre linéaire</b>	<b>41</b>
1. Familles génératrices, familles libres et bases . . . . .	41
1.1 Combinaisons linéaires . . . . .	41
1.2 Familles génératrices, familles libres et bases . . . . .	42
1.3 Détermination d'une application linéaire par sa valeur sur une base . . . . .	44
2. Applications bilinéaires et structure d'algèbre . . . . .	45
2.1 Applications bilinéaires . . . . .	45
2.2 Algèbres . . . . .	46
3. Somme et somme directe . . . . .	50
3.1 Somme d'une famille finie de sous-espaces vectoriels . . . . .	50
3.2 Somme directe d'une famille finie de sous-espaces vectoriels .	51
3.3 Décomposition en somme directe . . . . .	52
4. Applications linéaires . . . . .	55
4.1 Sous-espaces vectoriels stables . . . . .	55
4.2 Isomorphisme associé à une application linéaire . . . . .	58
4.3 Théorème du rang et codimension . . . . .	59
4.4 Formes linéaires et hyperplans . . . . .	61
Exercices . . . . .	63
<b>3 Applications linéaires et dualité en dimension finie</b>	<b>69</b>
1. Matrices . . . . .	69
1.1 Représentation matricielle des applications linéaires . . . . .	69
1.2 Représentation matricielle des endomorphismes . . . . .	71
1.3 Opérations élémentaires . . . . .	78
2. Dual d'un espace vectoriel de dimension finie . . . . .	83
2.1 Base duale . . . . .	83
2.2 Formes linéaires et sous-espaces vectoriels vectoriels . . . . .	85
2.3 Systèmes d'équations linéaires . . . . .	86
Exercices . . . . .	92
<b>4 Réduction des endomorphismes</b>	<b>99</b>
1. Polynômes d'endomorphisme . . . . .	99
1.1 Morphisme d'évaluation . . . . .	99
1.2 Idéal annulateur et polynôme minimal . . . . .	101

## TABLE DES MATIÈRES

1.3.	Lemme des noyaux . . . . .	105
2.	Éléments propres d'un endomorphisme . . . . .	109
2.1.	Vecteurs propres et valeurs propres . . . . .	109
2.2.	Indépendance des sous-espaces vectoriels propres . . . . .	114
2.3.	Polynôme caractéristique . . . . .	115
2.4.	Théorème de Hamilton-Cayley . . . . .	122
3.	Endomorphismes diagonalisables . . . . .	124
3.1.	Définition et caractérisations élémentaires . . . . .	124
3.2.	Réduction des endomorphismes diagonalisables . . . . .	129
3.3.	Caractérisation par le polynôme minimal . . . . .	131
4.	Endomorphismes trigonalisables . . . . .	132
4.1.	Définition . . . . .	132
4.2.	Caractérisation des endomorphismes trigonalisables . . . . .	133
4.3.	Applications . . . . .	136
	Exercices . . . . .	138
<b>5</b>	<b>Séries numériques</b> . . . . .	<b>145</b>
1.	Critère de Cauchy . . . . .	145
1.1.	Rappels sur $\mathbb{R}$ . . . . .	145
1.2.	Suites de Cauchy . . . . .	146
2.	Suites et séries . . . . .	147
2.1.	Définitions . . . . .	147
2.2.	Propriétés immédiates, exemples . . . . .	149
3.	Séries à termes réels positifs . . . . .	150
3.1.	Généralités . . . . .	150
3.2.	Théorèmes de comparaison . . . . .	151
3.3.	Utilisation d'une intégrale . . . . .	155
3.4.	Développement décimal d'un réel positif . . . . .	157
4.	Séries réelles ou complexes . . . . .	162
4.1.	Convergence absolue . . . . .	162
4.2.	Sommation des relations de comparaison . . . . .	164
4.3.	Séries alternées . . . . .	167
5.	Compléments . . . . .	170
5.1.	Sommation par tranches . . . . .	170

## TABLE DES MATIÈRES

5.2	Transformation d'Abel . . . . .	172
6.	Séries doubles . . . . .	174
6.1	Séries doubles réelles positives . . . . .	176
6.2	Séries doubles complexes . . . . .	180
6.3	Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes .	184
	Exercices . . . . .	186
<b>6</b>	<b>Espaces vectoriels normés : définitions générales</b>	<b>193</b>
1.	Norme et distance . . . . .	193
1.1	Norme . . . . .	193
1.2	Distance . . . . .	197
1.3	Exemples classiques d'espaces vectoriels normés . . . . .	202
2.	Suites et séries d'un espace vectoriel normé . . . . .	206
2.1	Suites et séries convergentes . . . . .	206
2.2	Valeurs d'adhérence . . . . .	210
2.3	Relations de comparaison . . . . .	210
3.	Topologie d'un espace vectoriel normé . . . . .	212
3.1	Voisinages, ouverts et fermés . . . . .	212
3.2	Intérieur, adhérence et frontière d'une partie . . . . .	218
4.	Étude locale et continuité . . . . .	222
4.1	Limite . . . . .	222
4.2	Relations de comparaison . . . . .	226
4.3	Continuité . . . . .	227
4.4	Continuité uniforme . . . . .	231
5.	Applications linéaires continues . . . . .	231
5.1	Applications linéaires et bilinéaires continues . . . . .	231
5.2	Norme subordonnée d'une application linéaire continue . .	235
	Exercices . . . . .	239
<b>7</b>	<b>Espaces vectoriels normés : théorèmes fondamentaux</b>	<b>245</b>
1.	Compacité . . . . .	245
1.1	Parties compactes d'un espace vectoriel normé . . . . .	245
1.2	Propriétés fondamentales . . . . .	248
1.3	Applications continues définies sur un compact . . . . .	251
2.	Complétude . . . . .	253

## TABLE DES MATIÈRES

1.1	2.1	Suites de Cauchy d'un espace vectoriel normé . . . . .	253
1.1	2.2	Parties complètes d'un espace vectoriel normé . . . . .	256
1.1	2.3	Espaces de Banach . . . . .	257
1.1	2.4	Séries d'un espace vectoriel normé complet . . . . .	262
1.1	2.5	Applications à valeurs dans un espace vectoriel normé complet . . . . .	266
3.		Connexité par arcs . . . . .	268
3.1	3.1	Parties connexes par arcs . . . . .	268
3.1	3.2	Parties connexes par arcs de $\mathbb{R}$ et applications . . . . .	270
4.		Espaces vectoriels normés de dimension finie . . . . .	272
4.1	4.1	Propriétés des espaces numériques $\mathbb{K}^p$ . . . . .	272
4.1	4.2	Équivalence des normes . . . . .	273
4.1	4.3	Utilisation des coordonnées . . . . .	274
4.1	4.4	Théorème de Bolzano-Weierstrass . . . . .	276
4.1	4.5	Parties compactes . . . . .	277
4.1	4.6	Complétude . . . . .	277
4.1	4.7	Espaces d'applications linéaires . . . . .	278
		Exercices . . . . .	281
<b>8</b>	<b>Suites et séries de fonctions</b>		<b>287</b>
1.		Espaces de fonctions classiques . . . . .	287
1.1	1.1	Les fonctions continues par morceaux . . . . .	287
1.1	1.2	Les fonctions en escalier . . . . .	288
1.1	1.3	Les fonctions affines par morceaux . . . . .	289
1.1	1.4	Les fonctions continues par morceaux $2\pi$ périodiques . . . . .	289
2.		Suites de fonctions . . . . .	290
2.1	2.1	Différents modes de convergence . . . . .	290
2.1	2.2	Espace des applications bornées sur $A$ . . . . .	295
2.1	2.3	Conservation des propriétés par convergence uniforme . . . . .	297
2.1	2.4	Intégration et dérivation d'une suite de fonctions numériques . . . . .	299
3.		Théorèmes d'approximation . . . . .	307
3.1	3.1	Les fonctions continues par morceaux . . . . .	307
3.1	3.2	Les fonctions affines par morceaux . . . . .	308
3.1	3.3	Théorème de Weierstrass . . . . .	308
3.1	3.4	Théorème de Weierstrass trigonométrique . . . . .	311

## TABLE DES MATIÈRES

4.	Séries de fonctions . . . . .	311
4.1	Différents modes de convergence . . . . .	311
4.2	Convergence normale . . . . .	315
4.3	Conservation des propriétés par convergence uniforme . . . . .	317
4.4	Le cas des séries de fonctions numériques . . . . .	319
	Exercices . . . . .	323
<b>9</b>	<b>Séries entières</b> . . . . .	<b>331</b>
1.	Généralités . . . . .	331
1.1	Définition d'une série entière . . . . .	331
1.2	Opérations sur les séries entières . . . . .	332
2.	Convergence d'une série entière et fonction somme . . . . .	332
2.1	Rayon de convergence d'une série entière . . . . .	332
2.2	Convergence uniforme et séries entières . . . . .	339
3.	Propriétés de la fonction somme d'une série entière . . . . .	341
3.1	Continuité de la fonction somme . . . . .	341
3.2	Intégration de la fonction somme . . . . .	341
3.3	Dérivabilité de la fonction somme . . . . .	342
3.4	Problèmes sur le bord . . . . .	343
4.	Exponentielle complexe . . . . .	346
4.1	Construction de l'exponentielle complexe et du nombre $\pi$ . . . . .	346
4.2	Séries entières réelles . . . . .	352
5.	Fonctions développables en série entière . . . . .	354
5.1	Cas des fractions rationnelles de la variable complexe . . . . .	354
5.2	Cas des fonctions de la variable réelle . . . . .	356
	Exercices . . . . .	366
<b>10</b>	<b>Fonctions vectorielles d'une variable réelle</b> . . . . .	<b>373</b>
1.	Intégration sur un segment . . . . .	373
1.1	Intégrale d'une fonction continue par morceaux . . . . .	374
1.2	Propriétés de l'intégrale . . . . .	375
1.3	Limites et intégrales . . . . .	384
2.	Dérivation . . . . .	385
2.1	Dérivée en un point . . . . .	385
2.2	Caractérisation des fonctions constantes . . . . .	387

124 . . . . .	2.3 . . . . . Fonctions de classe $C^1$ . . . . .	388
623 . . . . .	2.4 . . . . . Fonctions de classe $C^k$ . . . . .	391
1041 . . . . .	3. Primitives et intégrales . . . . .	394
444 . . . . .	3.1 . . . . . Primitives des fonctions continues . . . . .	394
874 . . . . .	3.2 . . . . . Théorème fondamental . . . . .	394
0841 . . . . .	3.3 . . . . . Calcul d'intégrales . . . . .	395
0841 . . . . .	3.4 . . . . . Inégalité des accroissements finis . . . . .	397
1041 . . . . .	4. Formules de Taylor . . . . .	400
874 . . . . .	4.1 . . . . . Formule de Taylor avec reste intégral . . . . .	400
0841 . . . . .	4.2 . . . . . Inégalité de Taylor-Lagrange . . . . .	401
0841 . . . . .	4.3 . . . . . Développements limités . . . . .	401
0841 . . . . .	4.4 . . . . . Formule de Taylor-Young . . . . .	402
1041 . . . . .	5. Dérivation d'une limite . . . . .	402
804 . . . . .	5.1 . . . . . Primitivation . . . . .	402
804 . . . . .	5.2 . . . . . Dérivation . . . . .	403
804 . . . . .	5.3 . . . . . Cas des séries . . . . .	403
102 . . . . .	Exercices . . . . .	405
201 . . . . .	<b>11 Intégration sur un intervalle quelconque</b>	<b>413</b>
802 . . . . .	1. Intégrabilité des fonctions à valeurs réelles positives . . . . .	413
212 . . . . .	1.1 . . . . . Définition . . . . .	413
212 . . . . .	1.2 . . . . . Conditions d'intégrabilité . . . . .	417
212 . . . . .	1.3 . . . . . Comparaison série-intégrale . . . . .	421
312 . . . . .	2. Intégrale des fonctions à valeurs vectorielles . . . . .	425
312 . . . . .	2.1 . . . . . Intégrabilité . . . . .	425
312 . . . . .	2.2 . . . . . Intégrale des fonctions sommables . . . . .	427
312 . . . . .	2.3 . . . . . Propriétés de l'intégrale . . . . .	428
312 . . . . .	2.4 . . . . . Calcul d'une intégrale . . . . .	431
312 . . . . .	2.5 . . . . . Intégration des relations de comparaison . . . . .	435
312 . . . . .	2.6 . . . . . Convergence en moyenne et en moyenne quadratique . . . . .	439
16 . . . . .	3. Théorèmes de convergence . . . . .	444
16 . . . . .	3.1 . . . . . Convergence uniforme . . . . .	444
16 . . . . .	3.2 . . . . . Convergence dominée . . . . .	444
16 . . . . .	3.3 . . . . . Intégration terme à terme d'une série de fonctions . . . . .	447
16 . . . . .	4. Intégrales dépendant d'un paramètre . . . . .	451

## TABLE DES MATIÈRES

886	4.1	Continuité sous le signe $\int$ . . . . .	451
106	4.2	Dérivation sous le signe $\int$ . . . . .	453
108	4.3	Un exemple : la fonction $\Gamma$ . . . . .	461
108	Exercices . . . . .		464
12	<b>Intégrales doubles</b>		<b>473</b>
104	1.	Intégrale double sur un rectangle . . . . .	473
104	1.1	Théorème de Fubini . . . . .	473
104	1.2	Cas des fonctions positives . . . . .	475
104	1.3	Fonctions vectorielles . . . . .	480
104	2.	Intégrale double sur un compact élémentaire . . . . .	489
104	2.1	Fonction intégrable sur une partie bornée . . . . .	489
104	2.2	Compacts élémentaires . . . . .	491
104	2.3	Changement de variable . . . . .	493
104	Exercices . . . . .		498
13	<b>Espaces préhilbertiens</b>		<b>501</b>
104	1.	Espaces préhilbertiens réels . . . . .	501
104	1.1	Formes bilinéaires symétriques et formes quadratiques . . . . .	501
104	1.2	Produit scalaire et norme d'un espace préhilbertien réel . . . . .	508
104	1.3	Orthogonalité et orthogonalisation . . . . .	512
104	1.4	Espaces euclidiens . . . . .	515
104	1.5	Sous-espaces orthogonaux . . . . .	516
104	2.	Espaces préhilbertiens complexes . . . . .	523
104	2.1	Formes sesquilinéaires hermitiennes définies positives . . . . .	523
104	2.2	Produit scalaire et norme d'un espace préhilbertien complexe . . . . .	528
104	2.3	Orthogonalité et orthogonalisation . . . . .	532
104	2.4	Espaces hermitiens . . . . .	535
104	2.5	Sous-espaces orthogonaux . . . . .	536
104	Exercices . . . . .		542
14	<b>Endomorphismes d'un espace euclidien</b>		<b>549</b>
104	1.	Endomorphisme d'un espace euclidien . . . . .	549
104	1.1	Adjoint d'un endomorphisme . . . . .	549
104	1.2	Endomorphismes symétriques . . . . .	552

## TABLE DES MATIÈRES

933 . . . . .	1.3 Endomorphismes et formes bilinéaires symétriques . . . . .	554
934 . . . . .	1.4 Endomorphismes orthogonaux . . . . .	556
935 . . . . .	2. Réduction des endomorphismes . . . . .	563
936 . . . . .	2.1 Réduction des endomorphismes symétriques . . . . .	563
937 . . . . .	2.2 Réduction d'une forme bilinéaire symétrique . . . . .	566
938 . . . . .	2.3 Réduction des endomorphismes normaux . . . . .	571
939 . . . . .	Exercices . . . . .	574
<b>15 Séries de Fourier</b>		<b>581</b>
940 . . . . .	1. Espaces de fonctions périodiques . . . . .	581
941 . . . . .	1.1 Fonctions périodiques . . . . .	581
942 . . . . .	1.2 Produit scalaire et semi-normes usuelles . . . . .	584
943 . . . . .	1.3 Fonctions exponentielles et polynômes trigonométriques . . . . .	587
944 . . . . .	2. Coefficients et sommes de Fourier . . . . .	591
945 . . . . .	2.1 Coefficients et sommes partielles de Fourier . . . . .	591
946 . . . . .	2.2 Interprétation géométrique . . . . .	593
947 . . . . .	2.3 Propriétés des coefficients de Fourier . . . . .	595
948 . . . . .	2.4 Coefficients de Fourier d'une fonction dérivée . . . . .	597
949 . . . . .	2.5 Coefficients de Fourier de la somme d'une série trigonométrique convergeant uniformément . . . . .	599
950 . . . . .	Exercices . . . . .	601
951 . . . . .	3. Convergence ponctuelle . . . . .	601
952 . . . . .	3.1 Théorème de convergence ponctuelle . . . . .	601
953 . . . . .	3.2 Théorème de convergence normale . . . . .	605
954 . . . . .	3.3 Théorème d'approximation de Weierstrass . . . . .	607
955 . . . . .	4. Convergence en moyenne quadratique . . . . .	609
956 . . . . .	4.1 Espace des fonctions périodiques continues . . . . .	609
957 . . . . .	4.2 Espace des fonctions périodiques continues par morceaux . . . . .	613
958 . . . . .	4.3 Extensions aux fonctions $T$ -périodiques . . . . .	616
959 . . . . .	Exercices . . . . .	618
<b>16 Fonctions de plusieurs variables réelles</b>		<b>627</b>
960 . . . . .	1. Dérivées partielles . . . . .	627
961 . . . . .	1.1 Dérivée suivant un vecteur . . . . .	627
962 . . . . .	1.2 Dérivée partielle . . . . .	628
963 . . . . .	2. Applications continûment différentiables . . . . .	629

## TABLE DES MATIÈRES

2.1	Application différentiable . . . . .	629
2.2	Dérivées partielles d'une application différentiable . . . . .	632
2.3	Applications continûment différentiables . . . . .	634
2.4	Caractérisation par les dérivées partielles . . . . .	636
2.5	Cas d'une application d'une variable réelle . . . . .	638
2.6	Cas d'une application à valeurs réelles . . . . .	638
3.	Propriétés des applications continûment différentiables . . . . .	640
3.1	Applications à valeurs dans un produit . . . . .	640
3.2	Composition . . . . .	641
3.3	Propriétés linéaires . . . . .	643
3.4	Produit bilinéaire . . . . .	644
3.5	Formule des accroissements finis . . . . .	646
3.6	Extremum local d'une application à valeurs réelles . . . . .	649
4.	Applications $k$ -fois continûment différentiables . . . . .	651
4.1	Définition . . . . .	651
4.2	Propriétés . . . . .	651
4.3	Théorème de Schwarz . . . . .	654
4.4	Formule de Taylor . . . . .	658
4.5	Condition suffisante d'extremum local . . . . .	660
5.	Difféomorphismes . . . . .	662
5.1	Définition . . . . .	662
5.2	Coordonnées polaires . . . . .	666
	Exercices . . . . .	672

## 17 Équations différentielles : cas linéaire 679

1.	Équations différentielles linéaires du premier ordre . . . . .	679
1.1	Définitions et propriétés élémentaires . . . . .	679
1.2	Théorème de Cauchy-Lipschitz . . . . .	683
1.3	Espace des solutions de l'équation homogène . . . . .	688
1.4	Espace des solutions de l'équation complète . . . . .	691
2.	Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants . . . . .	693
2.1	Espace des solutions de l'équation homogène . . . . .	694
2.2	Espace des solutions de l'équation complète . . . . .	697
2.3	Méthodes pratiques de résolution . . . . .	698

## TABLE DES MATIÈRES

3.	Équations différentielles linéaires scalaires . . . . .	704
3.1	Définitions . . . . .	704
3.2	Théorème de Cauchy-Lipschitz . . . . .	706
3.3	Espace des solutions de l'équation homogène . . . . .	709
3.4	Espace des solutions de l'équation complète . . . . .	717
3.5	Équations à coefficients constants . . . . .	721
Exercices . . . . .		725
 <b>18 Équations différentielles : cas non linéaire</b>		 733
1.	Équations différentielles du premier ordre . . . . .	733
1.1	Définitions . . . . .	733
1.2	Théorèmes de Cauchy-Lipschitz . . . . .	736
1.3	Exemples d'équations différentielles du premier ordre . . . . .	741
2.	Systèmes différentiels autonomes d'ordre deux . . . . .	745
2.1	Définitions . . . . .	745
2.2	Théorèmes de Cauchy-Lipschitz . . . . .	747
2.3	Étude géométrique des solutions maximales . . . . .	750
2.4	Équations différentielles autonomes du second ordre . . . . .	756
Exercices . . . . .		760
 <b>19 Courbes et surfaces</b>		 765
1.	Courbes . . . . .	765
1.1	Arcs paramétrés . . . . .	765
1.2	Étude locale . . . . .	767
1.3	Théorème du relèvement . . . . .	769
1.4	Étude métrique d'un arc . . . . .	772
1.5	Courbes planes définies par une équation cartésienne . . . . .	775
2.	Intégrales curvilignes . . . . .	778
2.1	Champs de vecteurs et formes différentielles . . . . .	778
2.2	Intégrale curviligne d'une forme différentielle . . . . .	779
2.3	Formes exactes et fermées . . . . .	783
2.4	Formule de Green-Riemann . . . . .	787
3.	Courbes et surfaces de l'espace . . . . .	790
3.1	Nappes paramétrées régulières . . . . .	790

## TABLE DES MATIÈRES

*f'intégrer*

# MATHÉMATIQUES

## TOUT-EN-UN

MP • MP\*

Cet ouvrage tout-en-un propose aux étudiants de 2<sup>e</sup> année MP, MP\* un cours complet ainsi que de nombreux exercices et problèmes intégralement résolus.

### Un cours complet et conforme au programme

- Toutes les notions sont abordées dans le strict respect des programmes.
- 19 chapitres d'algèbre, d'analyse et de géométrie.

### De nombreux exercices d'entraînement extraits des nouveaux concours

- Chaque chapitre propose un grand nombre d'exercices.
- Les énoncés sont extraits des derniers concours basés sur les nouveaux programmes.

### Toutes les solutions détaillées

Les solutions détaillées de tous les exercices sont regroupées en fin d'ouvrage.



9782100553396

6923601

ISBN 978-2-10-055339-6

3<sup>e</sup> édition

CLAUDE DESCHAMPS

Ancien élève de l'École Normale Supérieure de la rue d'Ulm, est professeur de Mathématiques Spéciales MP\* au lycée Louis-le-Grand.

ANDRÉ WARUSFEL

Ancien élève de l'École Normale Supérieure de la rue d'Ulm, a été professeur de Mathématiques Spéciales MP\* au lycée Louis-le-Grand et Inspecteur Général de Mathématiques.



DUNOD

[www.dunod.com](http://www.dunod.com)