

Bien débiter en mathématiques

L1, L2, L3

Classes Préparatoires

CAPES

Nombres réels, suites

Exercices corrigés avec rappels de cours

Jean-Jacques Colin
Jean-Marie Morvan

Avec la participation de
Rémi Morvan

Directeur de Collection :
Jean-Marie Morvan

Cépaduès
ÉDITIONS

Table des matières

Avant-Propos	i
1 Les Nombres Réels	1
1.1 Rappels de cours	1
1.1.1 L'addition et la multiplication dans \mathbb{R}	2
1.1.2 La relation d'ordre total sur \mathbb{R}	3
1.1.3 Éléments et parties remarquables de \mathbb{R}	4
1.1.4 Borne supérieure, borne inférieure d'une partie de \mathbb{R}	7
1.1.5 Axiomatique de \mathbb{R}	8
1.1.6 Le corps \mathbb{R} est archimédien	9
1.1.7 La fonction <i>partie entière</i>	10
1.1.8 La valeur absolue d'un nombre réel	10
1.1.9 Puissances	13
1.1.10 Racines	14
1.1.11 Exposants fractionnaires	15
1.1.12 Exposants réels	16
1.2 Exercices - nombres rationnels et irrationnels	20
1.3 Exercices - puissances et racines	27
1.4 Exercices - relation d'ordre	31
1.5 Exercices - partie entière	34
1.6 Exercices - bornes supérieures et inférieures	37
2 Suites	51
2.1 Rappels de cours	51
2.1.1 Définitions et propriétés élémentaires	51
2.1.2 Suites convergentes	53
2.1.3 Notion de limites infinies	56
2.1.4 Quelques suites remarquables	58
2.1.5 Suites extraites	58
2.1.6 Suites de Cauchy	60
2.1.7 Développement décimal	60
2.2 Exercices de base sur les suites	68
2.3 Exercices - suites monotones	77

2.4	Exercices - le Théorème des gendarmes	84
2.5	Exercices - suites adjacentes	90
2.6	Exercices - suites extraites	93
2.7	Exercices - suites de Cauchy	97
2.8	Exercices - développement décimal	102
2.9	Exercices - suites récurrentes	106
2.10	Exercices - pour les plus courageux...	141

I Les Nombres Réels		
1	1.1 Rapports de cours	
2	1.1.1 L'addition et la multiplication dans \mathbb{R}	
3	1.1.2 La relation d'ordre total sur \mathbb{R}	
4	1.1.3 Éléments et parties remarquables de \mathbb{R}	
5	1.1.4 Bornes supérieures, bornes inférieures d'une partie de \mathbb{R}	
6	1.1.5 Axiomatisation de \mathbb{R}	
9	1.1.6 Le corps \mathbb{R} est archimédien	
10	1.1.7 La fonction partie entière	
10	1.1.8 Les valeurs absolues d'un nombre réel	
18	1.1.9 Puissances	
11	1.1.10 Racines	
12	1.1.11 Exposants fractionnaires	
16	1.1.12 Exposants réels	
20	1.2 Exercices - nombres rationnels et irrationnels	
27	1.3 Exercices - puissances et racines	
31	1.4 Exercices - relation d'ordre	
34	1.5 Exercices - partie entière	
37	1.6 Exercices - bornes supérieures et inférieures	
2 Suites		
41	2.1 Rapports de cours	
41	2.1.1 Définitions et propriétés élémentaires	
41	2.1.2 Suites convergentes	
46	2.1.3 Notion de limites inférieures	
49	2.1.4 Quelques suites remarquables	
52	2.1.5 Suites extraites	
60	2.1.6 Suites de Cauchy	
63	2.1.7 Développement décimal	
66	2.2 Exercices de base sur les suites	
77	2.3 Exercices - suites monotones	



La collection « Bien Débuter en Mathématiques »

couvre le programme de mathématiques des premières années des universités scientifiques et des classes préparatoires aux grandes écoles d'ingénieurs.

Elle propose un large choix d'exercices et de problèmes corrigés, typiques de ceux posés aux examens et aux concours, chaque chapitre étant agrémenté d'un rappel de cours consistant.

Elle s'adresse également aux étudiants qui préparent le C.A.P.E.S. de Mathématiques.

Les auteurs de chaque fascicule enseignent à l'université ou en classe préparatoire, ainsi que dans le secondaire lorsqu'il s'agit de faire la transition avec le programme des classes de terminales.

Jean-Marie Morvan
Directeur de Collection

www.cepadues.com

CET OUVRAGE traite de deux chapitres fondamentaux de Mathématiques : les nombres réels et les suites de nombres réels. Il s'adresse aux étudiants de premières années d'université, (L1, L2, L3), des Classes Préparatoires aux Grandes Ecoles, ainsi qu'aux étudiants qui préparent le C.A.P.E.S. de Mathématiques.

Il propose à la fois des rappels de cours et des exercices corrigés de façon particulièrement détaillée, classés par ordre de difficulté croissante.

Le lecteur pourra ainsi progresser à son rythme et de façon autonome dans cette discipline.

Chaque chapitre est agrémenté de pages historiques, qui replacent les résultats énoncés dans leur contexte.

Sont notamment abordées les propriétés des nombres réels, les notions délicates de bornes supérieures et bornes inférieures d'une partie, puis les notions de suites convergentes, suites extraites, suites de Cauchy, suites récurrentes, etc.

Les exercices proposés sont typiques des questions posées aux examens et aux concours. Une fois ces notions assimilées, le lecteur pourra sans difficultés s'engager dans des études plus avancées.

Jean-Marie Morvan est Professeur de Mathématiques à l'Université Claude Bernard Lyon 1.

Jean-Jacques Colin enseigne les Mathématiques à l'Université Claude Bernard Lyon 1.

Rémi Morvan se consacre à la diffusion et la vulgarisation de textes scientifiques d'enseignement et de recherche.



Réf. 1082

ISSN : 1956-4066

ISBN : 978.2.36493.082.7



9 782364 930827