

**Amar REBBOUH**

**Statistique Descriptive  
Calcul de Probabilités  
Et  
Variables Aléatoires  
Avec  
Rappels de Cours et  
Problèmes Corrigés**





# Chapitre I : Statistique descriptive à une seule variable

## 1. Rappels de certains concepts fondamentaux de la statistique descriptive.

### 1.1. Population

### 1.2. Variable (caractère, indicateur, paramètre)

### 1.3. Poids

### 1.4. Série statistique.

### 1.5. Représentations graphiques.

- Sur l'axe des réels

- Les principales représentations graphiques

  - a) Diagramme en bâtons

  - b) Histogramme :

- Série statistique groupée

Procédure heuristique pour construire un histogramme à partir de données individuelles.

  - c) Diagramme circulaire, en fromage ou en camembert.

  - d) Représentation en tuyaux d'orgues.

### 1.6. Fonction cumulative ou fonction de répartition d'une variable statistique.

- Cas de variable statistique quantitative discrète (entière).

- Cas de variable continue

## 2. Paramètres de position: Les moyennes

### 2.1. Moyenne empirique

Interprétation de la moyenne empirique

### 2.2. Mode

### 2.3. Les quantiles d'ordre $\alpha$

#### 2.3.1. Quartiles

#### 2.3.2. Médiane

#### 2.3.3. Déciles

#### 2.3.4. Centiles et autres

### 2.4. Autres moyennes

#### 2.4.1. Moyenne harmonique

Exemple d'utilisation

#### 2.4.2. Moyenne géométrique

Exemple d'utilisation

2.4.4. Moyenne des valeurs extrêmes

### **3. Paramètres de dispersion**

3.1. Variance.

3.2. Ecart-type.

3.3. Etendue

3.4. Ecart inter quantiles

3.5. Ecart moyen

### **4. Paramètres de forme**

4. 1. Coefficients d'asymétrie.

4.1.1. Coefficient de Yule et Kendall

4.1.2. Coefficient d'asymétrie de Fisher

4.2. Coefficient d'aplatissement de Fisher

4.3. Indice de concentration

### **Exercices corrigés**

## **Chapitre II : Statistique descriptive à un couple de variables ou statistique descriptive bi -variée.**

### **II.1.Introduction**

### **II.2. Etude du cas de 2 variables quantitatives**

- Cas où les observations sont des données individuelles
  - Interprétation de la covariance
  - Coefficient de corrélation
  - Propriétés et interprétation du coefficient de corrélation.

- Cas où les observations sont des données groupées

#### **Table de contingence et de fréquences**

a. Cas où les 2 variables sont quantitatives

b. Cas où l'une des variables est qualitative

#### **Marges en lignes et en colonnes du tableau de contingence ou de fréquences**

#### **Distribution marginale des fréquences de la variable X :D(X)**



## **Distribution marginale des fréquences de la variable $Y : D(Y)$**

Distribution conditionnelle de  $Y$  sachant  $X$

Distribution conditionnelle de  $X$  sachant  $Y$

- Indépendance
- Calcul de la covariance et du coefficient de corrélation linéaire et des autres paramètres à partir d'une table de contingence ou de fréquences

- Moyenne et variance de  $X$  et de  $Y$

## **Covariance et coefficient de corrélation linéaire**

### **II. 3. Critère des moindres carrés et droites de régression**

### **II. 4. Autres ajustements**

1. Ajustement exponentiel.
  2. Ajustement par une fonction puissance
  3. Ajustement polynomial.
- Vers la statistique descriptive multidimensionnelle.
  - Vers la statistique inférentielle.

### **Exercices corrigés**

## **Chapitre III : Quelques éléments et exercices corrigés sur l'analyse combinatoire**

### **1. Arrangements**

- 1.1. Arrangements avec répétitions
- 1.2. Arrangements sans répétitions

### **2. Permutations**

- 2.1. Permutations sans répétitions
- 2.2. Permutations avec répétitions

### **3. Combinaisons**

- 3.1. Combinaisons sans répétitions
- 3.2. Combinaisons avec répétitions

### **Exercices corrigés**

## Chapitre IV : Rappels des Concepts de Base du Calcul de Probabilités et Problèmes Corrigés

1. Expérience aléatoire
2. Espace fondamental
3. Événements
4. Opérations sur les événements et analogie avec la théorie des ensembles
5. Espace probabilisable
  - Conséquence de cette définition
6. Espace de probabilité
  - Conséquence de la définition de P
  - Application :
9. Probabilités conditionnelles
10. Théorème de Bayes
11. Indépendance

### Exercices corrigés

## Chapitre V : Variables aléatoires

### V.1 Cas de variables aléatoires discrètes

- 1.1. Exemple introductif
- 1.2. Loi d'une variable aléatoire discrète
- 1.3. Fonction de répartition
  - Propriétés de cette fonction
  - Résultat important (théorème)
- 1.4. Loi de la variable aléatoire  $Y = \varphi(X)$
- 1.5. Espérance mathématique et moments d'ordre  $r$ .
- 1.6. Variables aléatoires usuelles
  - Loi de Bernoulli
  - Loi Binomiale
  - Loi Hypergéométrique



## Exemple

- Loi géométrique

## Exemple :

- Loi de Poisson

### 1.7. Liens entre lois usuelles.

Tendance de la loi hyper géométrique vers la loi binomiale

Tendance de la loi binomiale vers la loi de Poisson

Exemple d'utilisation de la loi de Poisson comme approximation de la loi binomiale

## V.2 Cas de variables aléatoires absolument continues

### 2.1. Définition

### 2.2. Densité de probabilité

Fonction densité à droite

Fonction densité à gauche

### 2.3. Loi de la variable aléatoire

### 2.4. Caractéristique d'une variable aléatoire.

#### 2.4.1. Caractéristique de tendance centrale

L'espérance mathématique

#### 2.4.2 Caractéristiques de dispersion

- Variance et écart-type, propriétés
- Moment centré d'ordre  $k$

### 2.5. Inégalité de Markov et de Bienaymé -Tchebychev

### 2.6. Variables aléatoires usuelles

- Loi uniforme
- Loi exponentielle
- Loi normale

*Utilisation de la table de la loi normale.*

## Exercices corrigés

Tables utilisées

- Loi de poisson.
- loi normale.