

# Hyper

# COURS

## Éco-gestion

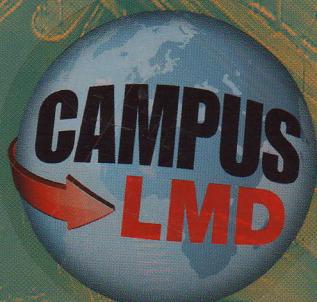
**S**tatistique et calcul des probabilités sont deux composantes indispensables des études d'économie et de gestion. Produits d'une réflexion logique mais aussi outils de travail, ces deux branches des mathématiques sont ici exposées à la fois sous l'angle de l'explication mathématique et à travers de nombreuses applications pratiques.

**E**n effet chaque chapitre du cours qui s'appuie sur des cas pratiques est complété par de nombreux exercices et problèmes résolus.

**À** la fois ouvrage de référence concis qui facilite l'assimilation, et moyen d'entraînement aux examens et concours, ce livre s'adresse aux étudiants des filières universitaires (économie et gestion - MSTCF, AES, IAE) mais aussi d'expertise comptable, de classes préparatoires et d'écoles de commerce.

# Statistique et calcul des probabilités

Walder Masiéri



Dalloz

## TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1	<b>PROGRESSIONS (OU SUITES)</b>	1
A	Progression arithmétique. Définition .....	1
B	Progression arithmétique. Expression du terme de rang $p$ , en fonction du premier terme $u_1$ , du rang $p$ du terme, et de la raison $r$ .....	2
C	Étude de la progression arithmétique limitée à $n$ termes ..	3
D	Progression géométrique. Définition .....	5
E	Progression géométrique. Expression du terme de rang $p$ , en fonction du premier terme $u_1$ , du rang $p$ du terme, et de raison $q$ .....	6
F	Étude de la progression géométrique limitée à $n$ termes ...	7
G	Progression géométrique. Somme des termes d'une progression de raison $q$ inférieure à 1 en valeur absolue, et constituée d'un nombre illimité de termes .....	9
<b>PROBLÈMES ET EXERCICES RÉSOLUS</b> .....		10
CHAPITRE 2	<b>SOMMATIONS</b> .....	19
A	Sommations .....	19
B	Propriétés des sommes .....	20
C	Valeurs doubles indiquées .....	24
<b>PROBLÈMES ET EXERCICES RÉSOLUS</b> .....		28
CHAPITRE 3	<b>GÉNÉRALITÉS</b> .....	33
A	Définition, nature et objet de la Statistique .....	33
B	Portée et limitation de l'emploi de la Statistique .....	34
C	Organisation et documentation statistiques. Principes généraux .....	34

D	Observation des faits. Terminologie .....	35
E	Observation des faits. Méthodes d'observation .....	35
F	Dépouillement des observations .....	37
<b>CHAPITRE 4 PRÉSENTATION DES RÉSULTATS .....</b>		<b>41</b>
A	Tableau statistique à simple entrée .....	41
B	Tableau statistique à double entrée .....	46
C	Règles relatives à la présentation matérielle des tableaux statistiques .....	47
D	Présentation des résultats sous forme de graphiques cartésiens. Diagramme en bâtons. Histogramme. Polygones cumulatifs .....	48
E	Présentation des résultats sous forme de graphiques non cartésiens. Coordonnées polaires. Coordonnées logarithmiques .....	53
F	Présentation des résultats. Autres représentations graphiques .....	58
G	Caractéristiques des séries statistiques .....	63
<b>PROBLÈMES ET EXERCICES RÉSOLUS .....</b>		<b>64</b>
<b>CHAPITRE 5 CARACTÉRISTIQUES DE VALEUR CENTRALE (OU DE TENDANCE CENTRALE, OU DE POSITION, OU DE L'ORDRE DE GRANDEUR) .....</b>		<b>77</b>
A	Le mode (ou Dominante) .....	77
B	La médiane .....	78
C	Les moyennes. La moyenne arithmétique .....	85
D	Remarque importante sur la moyenne arithmétique .....	89
E	Les moyennes. La moyenne géométrique .....	90
F	Les moyennes. La moyenne harmonique .....	94
G	La médiale .....	96
<b>CHAPITRE 6 LES CARACTÉRISTIQUES DE DISPERSIONS .....</b>		<b>99</b>
A	Pourquoi des caractéristiques de dispersions ? .....	99
B	L'étendue (ou range) .....	100
C	L'intervalle interquartile .....	101
D	Déciles. Intervalles interdéciles .....	103
E	Écart moyen .....	104
F	Variance. Écart type .....	105
G	Remarque .....	106
H	Utilisation de l'écart type pour l'étude de la dispersion .....	109

I Coefficient de variation .....	110
J Remarque importante .....	110
K Courbe de concentration. Indice de concentration .....	111
<b>PROBLÈMES ET EXERCICES RÉSOLUS</b>	
<b>CHAPITRES 5 ET 6 .....</b>	<b>116</b>
<b>CHAPITRE 7 INDICES STATISTIQUES .....</b>	<b>139</b>
A Notion et définition d'un indice simple (ou indice élémentaire) .....	139
B Indices synthétiques (ou indices composés) .....	140
C Réversibilité d'un indice .....	145
D Transférabilité d'un indice .....	146
<b>PROBLÈMES ET EXERCICES RÉSOLUS .....</b>	<b>147</b>
<b>CHAPITRE 8 AJUSTEMENT .....</b>	<b>159</b>
A Notion d'ajustement .....	159
B Ajustement graphique .....	160
C Ajustement mécanique .....	165
D Méthode de Mayer. Droite de Mayer .....	167
E Ajustement analytique. Méthode des moindres carrés .....	168
F Méthode des moindres carrés. Ajustement à l'aide d'une droite .....	170
G Remarques importantes concernant la formule	
$a = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i}$	173
H Exemple d'ajustement linéaire par la droite des moindres carrés .....	174
I Méthode des moindres carrés. Ajustement à l'aide d'une fonction exponentielle $y = B \times A^x$ .....	177
J Méthode des moindres carrés. Ajustement à l'aide d'une fonction puissance $y = Bx^a$ .....	179
<b>PROBLÈMES ET EXERCICES RÉSOLUS .....</b>	<b>182</b>
<b>CHAPITRE 9 DISTRIBUTION À DEUX VARIABLES – CORRÉLATION</b>	<b>195</b>
A Distributions à deux variables. Notion de corrélation .....	195
B Mise en évidence graphique de l'existence d'une corrélation entre deux variables .....	197
C Mesure de la corrélation. Coefficient de dépendance .....	199
D Mesure de la corrélation. Coefficient de corrélation linéaire	200

E Remarques sur la formule de calcul du coefficient de corrélation linéaire .....	202
F Calcul pratique du coefficient de corrélation linéaire $r$ .....	204
G Autres formules de calcul du coefficient de corrélation linéaire .....	206
H Droites de régression .....	209
I Remarques sur les droites de régression .....	210
J Corrélation et causalité. Corrélation factice .....	211
<b>PROBLÈMES ET EXERCICES RÉSOLUS</b> .....	213
<b>CHAPITRE 10 SÉRIES CHRONOLOGIQUES</b> .....	221
A Définitions. Composantes des séries chronologiques .....	221
B Analyse d'une série chronologique .....	223
C Recherche de la Tendance générale, ou Tendance de longue durée, ou Trend .....	223
D Étude de l'influence saisonnière .....	227
E Essai de prévision à partir de la connaissance du Trend et des coefficients saisonniers .....	233
F Comparaison de séries chronologiques .....	234
G Covariation de deux séries chronologiques. Coefficient de variation .....	236
<b>PROBLÈMES ET EXERCICES RÉSOLUS</b> .....	239
<b>CHAPITRE 11 ANALYSE COMBINATOIRE</b> .....	251
A Applications .....	251
B Arrangements .....	254
C Permutations .....	258
D Combinaisons .....	259
E Formule de binôme (Newton) .....	261
F Triangle de Pascal .....	263
<b>PROBLÈMES ET EXERCICES RÉSOLUS</b> .....	265
<b>CHAPITRE 12 PREMIÈRES NOTIONS DE CALCUL DE PROBABILITÉS</b> .....	271
A Notion de probabilité à partir de la notion de fréquence ..	271
B Problèmes .....	273
C Impossibilité. Certitude. Probabilité de l'événement contraire (ou probabilité complémentaire) .....	274
D Problèmes de dénombrement .....	276
E Principes (ou axiomes) du calcul des probabilités. Principe des probabilités composées .....	282

F	Cas particulier important du principe des probabilités composées. Probabilité dans le cas d'événements indépendants.....	284
G	Principes (ou axiomes) du calcul des probabilités. Principe des probabilités totales. Cas où les modalités s'excluent .....	284
H	Principes (ou axiomes) du calcul des probabilités. Principe des probabilités totales. Cas où les modalités ne s'excluent pas.....	285
I	Probabilité de l'événement « au moins un » .....	286
J	Applications du calcul des probabilités à des problèmes discrets. Jeux.....	287
<b>PROBLÈMES ET EXERCICES RÉSOLUS .....</b>		<b>298</b>
<b>CHAPITRE 13 VARIABLES ALÉATOIRES. LOI DE PROBABILITÉ .....</b>		<b>311</b>
A	Variable aléatoire discontinue, ou variable discrète. Loi de probabilité .....	311
B	Représentation graphique de la loi de probabilité d'une variable aléatoire discontinue. Fonction de distribution. Fonction de répartition .....	313
C	Espérance mathématique d'une variable aléatoire discontinue .....	315
D	Variance d'une variable aléatoire discontinue .....	316
E	Variable aléatoire continue .....	318
F	Variable aléatoire continue. Probabilité élémentaire. Densité de probabilité .....	320
G	Variable aléatoire continue. Fonction de répartition $F(x) = P(x < x_0)$ .....	322
H	Variable aléatoire continue. Espérance mathématique. Variance .....	323
I	Problème portant sur une variable aléatoire continue .....	323
J	Somme de variables aléatoires .....	325
K	Espérance mathématique d'une somme de variables aléatoires.....	326
<b>PROBLÈMES ET EXERCICES RÉSOLUS .....</b>		<b>328</b>
<b>CHAPITRE 14 LOIS DE PROBABILITÉ. LOI BINOMIALE, LOI DE POISSON, LOI DE LAPLACE GAUSS .....</b>		<b>339</b>
A	Notion de loi binomiale. Formule .....	340
B	Loi binomiale. Représentation graphique .....	343
C	Loi binomiale. Espérance mathématique .....	344
D	Loi binomiale. Variance. Écart type .....	345

E	Variable de Bernouilli .....	345
F	Loi binomiale. Calcul de $P_x = C_n^x p^x q^{n-x}$ .....	346
G	Loi de Poisson. Approximation de la loi binomiale .....	347
H	Calcul comparé de probabilités par la formule binomiale, et par la formule de Poisson .....	348
I	Loi de Poisson. Espérance mathématique .....	349
J	Loi de Poisson. Variance .....	350
K	Loi de poisson. Utilisation des Tables 1 et 2 (voir en fin d'ouvrage) .....	351
L	Problème sur la loi de Poisson .....	351
M	Approximation de la loi binomiale par la loi de Laplace Gauss ou loi normale .....	352
N	Exemples de calcul de $P_x$ .....	353
O	Tableau comparatif des valeurs de $P_x$ et de $\frac{f(t)}{\sqrt{npq}}$ .....	354
P	Probabilité d'un intervalle. Approximation par la loi de Laplace Gauss .....	355
Q	Emploi de la table de $\pi(t)$ .....	357
R	Application à un problème binomial .....	361
S	La loi de Laplace Gauss (ou loi normale) .....	362
T	Intervalles symétriques $m \pm t_0$ .....	365
U	Ajustement graphique par une loi de Laplace Gauss .....	366
V	Ordonnées gaussiennes .....	369
W	Test de normalité. Droite de Henry .....	370
X	Remarques importantes sur le test de Henry .....	371
Y	Le texte du $\chi^2$ (Khi-deux), ou test de Karl Pearson .....	372
<b>PROBLÈMES ET EXERCICES RÉSOLUS .....</b>		<b>375</b>

## CHAPITRE 15 ÉCHANTILLONNAGE. IMPORTANCE DE LA LOI DE LAPLACE GAUSS

A	Échantillonnage. Sondages .....	395
B	Estimation. Contrôle. Comparaison .....	396
C	Estimation d'une proportion $p$ ( $0 \leq p \leq 1$ ) .....	397
D	Remarques importantes sur le problème de l'estimation d'une proportion $p$ .....	399
E	Validité d'une proportion $p$ (Problème de contrôle) .....	402
F	Comparaison de deux proportions .....	404
G	Estimation d'une moyenne arithmétique $m$ .....	406

H	Validité d'une moyenne arithmétique $m$ (Problème de contrôle) .....	407
I	Comparaison de deux moyennes arithmétiques .....	408
<b>CHAPITRE 16 STATISTIQUE APPLIQUÉE .....</b>		<b>411</b>
A	Contrôle par sondage de l'exactitude des comptes. Exposé du problème.....	411
B	Contrôle par sondage de l'exactitude des comptes. Exemples de sondages portant sur le nombre d'erreurs commises.....	412
C	Contrôle par sondage de l'exactitude des comptes. Exemple de sondage progressif .....	415
D	Contrôle par sondage de l'exactitude des comptes. Exemple de sondage portant sur le montant des erreurs.....	416
E	Taux d'emploi ou d'occupation des immobilisations. Méthode des observations instantanées .....	417
F	Application des sondages aux études de marché .....	418
<b>PROBLÈMES ET EXERCICES RÉSOLUS</b>		
<b>CHAPITRES 15 ET 16 .....</b>		<b>421</b>
<b>TABLES STATISTIQUES USUELLES .....</b>		<b>437</b>